ТЕОРЕТИ...

И

ПРАКТИЧЕСК...

ТРИГОНОМЕТР...

ВЪ

ПОЛЬЗУ и УПОТРЕБЛЕНІЕ

не токмо

ЮНОШЕСТВА,

НО И ТѢХЪ,

Кои упражняются въ Землемѣріи, фортификаціи и Артиллеріи,

изъ

РАЗНЫХЪ АВТОРОВЪ

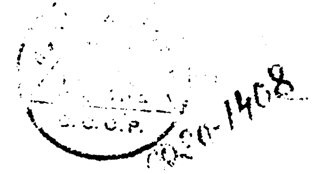
СОБРАННАЯ

Съ пріобщеніемъ гравированныхъ фигуръ на двенатцати таблицахъ,

Императорскаго Московскаго Университета Публичнымъ Ординарнымъ Профессоромъ и Московскаго Россійскаго собранія при томъ же Университетѣ Членомъ

ДМИТРІЕМЪ АНИЧКОВЫМЪ.





Печатана въ Университетской Типографіи у Н. Новикова 1780 года.

ОДОБРЕНІЕ.

По приказанію Императорскаго Московскаго Университета Господъ Кураторовъ, я читалъ Теоретическую и Практическую Тригонометрію *и не нашелъ въ ней ничего противнаго наставленію, данному мнѣ о разсматриваніи печатаемыхъ въ Университетской Типографіи книгъ; почему оная и напечатана быть можетъ. Коллежскій Совѣтникъ, Краснорѣчія Профессоръ и Цензоръ печатаемыхъ въ Университетской Типографіи книгъ.*

АНТОНЪ БАРСОВЪ.





НАЧАЛЬНЫЯ ОСНОВАНІЯ ТРИГОНОМЕТРІИ ПЛОСКОЙ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

О *НАИМЕНОВАНІЯХЪ, ВЪ ТРИГОНОМЕТРІИ УПОТРЕБЛЯЕМЫХЪ.*

ОПРЕДѢЛЕНІЕ I.

§. 1.

Тригонометрія плоская (Trigonometria plana) есть наука, показывающая измѣреніе количества чрезъ мѣру угловъ и боковъ, составляющихъ прямолинѣйные тріугольники.

ПРИМѢЧАНІЕ. I.

§. 2.

Самое слово *Тригонометрія* не что иное значитъ, какъ измѣреніе треугольниковъ. Почему она и называется (analysis, siue resolutio triangulorum). И какъ всякой треугольникъ составляетъ шесть частей, которыми онъ опредѣляется, то есть, три угла и столько же линей, или боковъ, для измѣренія какъ тѣхъ, такъ и сихъ въ осо-

[illegible], [illegible]которые способы ужѐ показа- [illegible] [illegible]ометріи; то остается только [illegible] особенно показать, какимъ образомъ [illegible] данныхъ трехъ частей прямолинейнаго треугольннка находить прочія его неизвѣстныя части, помощію нарочно для сего съ великимъ раченіемъ сочиненныхъ таблицъ синусовъ, тангенсовъ и секансовъ. И сей то способъ въ особливости Тригонометрической именуется и составляетъ двоякую Тригонометрію: то есть, *плоскую* (planam), которая учитъ измѣрять плоскіе тріугольники, и *Сферическую* (Sphaericam), которая учитъ также измѣрять, токмо криволинейные треугольники, до вышней Геометріи принадлежащіе.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 3. Хотя еще и не найдено подлиннаго уравненія между углами и прямыми боками треугольниковъ; однако есть такая пропорція между боками и прямыми линѣями такими, которыя подъ дугами, измѣряющими углы, или проводятся, и почитаются тогда *хордами* тѣхъ дугъ, или прикосновеніе токмо къ онымъ имѣютъ, и тогда именуются *касательными*, или на конецъ пересѣкаютъ оныя, и тогда называются *пересѣкающими*.

ПРИ-

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 4. ВЪ Геометріи показано было, что три части треугольника даны быть должны, что бЪ можно было начертить треугольникЪ; слѣдовательно вЪ тригонометріи показано быть должно, какЪ изЪ данныхЪ трехЪ частей треугольника находить чрезЪ выкладки прочія его не извѣстныя части. И такЪ когда даны будутЪ только всѣ углы треугольника, видно, что боковЪ его вЪ такомЪ случаѣ опредѣлить не можно Ибо треугольники, равные углы имѣющіе, хотя и подобны между собою и ограничены боками пропорціональными; однакожЪ опредѣлить того не можно, сколь велики тѣ бока должны быть. Слѣдовательно между данными тремя частьми треугольника не отмѣнно одинЪ бокЪ данЪ быть долженЪ. КогдажЪ два угла даны будутЪ, то вЪ такомЪ случаѣ не требуется, чтобЪ данЪ былЪ и третей уголЪ, потому что онЪ самЪ собою будетЪ извѣстенЪ. И такЪ общихЪ тригонометрическихЪ случаевЪ есть токмо три: 1) когда или бокЪ полагается извѣстнымЪ сЪ двумя углами, 2) или два бока сЪ однимЪ угломЪ, или 3) три бока и ни одного угла.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ II.

§. 5. *СинусомЪ прямымЪ* (Sinus rectus) называется всякой хорды на пр. AB половинная часть AD.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 6. Половинная всякой хорды часть называется прямымЪ синусомЪ потому, что онЪ стоитЪ перпендикулярно на полукоперешникЪ, На пр. HC. СинусомЪ же именуется потому, что онЪ вмѢстѢ сЪ дугою на пр. AH представляетЪ видЪ залива морскаго, или запертой пристани морской.

ПРИБАВЛЕНІЕ. 1.

§. 7. КакЪ Хорда AB противополагается двумЪ дугамЪ AHB и AKB, такЪ и синусЪ соотвѢствуетЪ половиннымЪ тѢхЪ же дугЪ частямЪ AH и AK ОнЪ же притомЪ относится и кЪ двумЪ угламЪ, при центрѢ находящимся ACH. и ACK, коихЪ мѢрою суть показанныя дуги

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 8. ИзЪ чего явствуетЪ, что смѢжные углы то есть, острой и тупой ACH и ACK, изЪ коихЪ одинЪ есть дополненіемЪ другаго кЪ 180°, имѢютЪ одинакой СинусЪ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ III.

§. 9. ПолупоперешникЪ FC, какЪ самой большей хорды, то есть поперешника

по-

пооовинняя часть, есть изъ [illegible] совъ самой большой синусъ, и пото[illegible] зывается онъ *синусомъ цѣлымъ* (ſinus totus).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 10. Изъ чего явствуетъ, что синусъ цѣлой прочіе меньшіе синусы, какъ части, въ себѣ содержитъ. И какъ поперешникъ, на подобіе хорды представленной, противополагается двумъ полукружіямъ, такъ и синусъ цѣлой FC соотвѣтствуетъ двумъ четвертямъ круга FH и FK. А какъ четверть круга составляетъ 90 градусовъ, то и синусъ цѣлой есть синусъ 90 градусовъ, или прямаго угла.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 11. Синусъ цѣлой для удобности въ послѣдующемъ всегда будетъ изображаться двумя только буквами С. Ц (S. T.)

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IV.

§. 12. Синусъ AE, которой противополагается дугѣ AF, дополняющей дугу AH къ четверти круга, называется *синусомъ дополнительнымъ* (ſimus complementi) *или косинусомъ* (coſinus). ф. 1.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ V.

§. 13. Частица HD, которую прямой синусъ отсѣкаетъ отъ полупоперешника, ф. 1 или цѣлаго синуса, называется *синусъ обращенной* (ſinus verſus), или *стрѣла* (ſagitta).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VI.

§. 14. Линѣя GH, стоящая на концѣ полупоперешника HC перпендикулярно и къ окружности круга въ точкѣ H имѣющая токмо прикосновеніе, а не пересѣкающая
ф. 1. оную, называется *тангенсомъ*, или *касательною* (Tangens) дуги AH и слѣдовательно угла ACH. Линѣя жъ FL, которая такимѣже образомъ имѣетъ прикосновеніе къ дугѣ дополненія FA, называется *тангенсомъ дополнительнымъ* (tangens complementi), или *котангенсомъ* (cotangens).

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 15. Какъ синусъ AD, такъ и тангенсъ GH соотвѣтствуетъ двумъ дугамъ AH и AK, изъ коихъ одна есть дополненіемъ другой къ 180.°

ПРИБАВЛЕНІЕ 2

§. 16 Чего ради два смѣжные углы, то есть, одинъ острой, и другой тупой, кои оба вмѣстѣ составляютъ 180°, имѣютъ общій тангенсъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VII.

ф. 1. §. 17. Прямая линея CAG проведенная изъ центра круга и опредѣляющая длину касательной линеи, называется *Секансомъ*, или *пересѣкающею* (Secans) дуги AH, и слѣдовательно угла ACH.

Тео-

ТЕОРЕМА I.

§. 18. Сннусы, косинусы, тангенсы, котан-генсы, синусы обращенные и секансы то-гожЪ угла, но вЪ разныхЪ кругахЪ, содержат-ся между собою такЪ, какЪ полупоперешники, которыми тѢ круги начерчены. Ф. [illegible]

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Пусть будетЪ ∢ACM и дуги полупоперешниками AC и BC начерченныя AM и BN; то мѢрою угла ACM будутЪ дуги AM и BN, синусыжЪ его будутЪ MP и NQ, косинусы CP и CQ, тангенсы AT и BO, синусы обращенные AP и BQ, секансы CT и CO. Но поелику AT, PM, BO и QN перпендикулярны кЪ линѢѢ AC, то онѢ всѢ будутЪ параллельны между собою, и потому служатЪ здѢсь слѢдующія пропорціи:

$$CM : MP = CN : NQ$$

$$CM : CN = MP : NQ$$

и $CM : CN = CP : CQ$

но $CM = CA$ } (§. 79. Геом);
и $CN = CB$ }

то будетЪ $CA : CB = MP : NQ$ (§. 31. Ариѳ.)

и $CA : CB = CP : CQ$

также $CA : CP = CB : CQ$

сверьхЪ сего $CA : CA - CP = CB : CB - CQ$ (§. 15. Ариѳ.)

то есть $CA : AP = CB : BQ$,

притомЪ $CA : CB = AT : BO$

также $CA : CB = CT : CO$. ч. н. д.

ПРИ-

ПРИБАВЛЕНІЕ

§. 19. Изъ чего явствуетъ, что какой бы полупоперешникъ взятъ ни былъ, содержаніе извѣстнаго синуса, косинуса, тангенса и котангенса и проч. къ полупоперешнику всегда будетъ одинаково, и оное какъ въ линеяхъ, такъ и въ числахъ точно изобразить можно. По чему величина синуса цѣлаго зависитъ отъ произволенія.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 20. Древніе Иппархъ, Менелай и Птоломей втѣсто синусовъ употребляли до тѣхъ поръ хорды, пока Сарацыны половинныя тѣхъ части, которыя по елику имѣютъ подобное содержаніе между собою, на мѣсто ихъ не опредѣлили и не назвали синусами. Между новѣйшимижъ Іоганъ Кенинсгбергецъ, Георгій Іоахимъ Ретикъ и Валентинъ Отто съ великимъ раченіемъ изыскали величины синусовъ, тангенсовъ и секансовъ, уравненныя полупоперешнику, для всѣхъ малѣйшихъ частицъ градусовъ до четверти круга. Логариѳмыжъ для такихъ чиселъ прибраны Неперомъ, Бриггіемъ, Страухіемъ, Улаккомъ и Волфіемъ. И хотя таблицы синусовъ, тангесисовъ и секансовъ сочинены такъ, что нынѣ вновь сочинять таковыяжъ нѣтъ нужды; однако

ко не безполезно будетъ, когда здѣсь для составленія оныхъ главнѣйшія средства, удобно изъ начальныхъ основаній Геометріи понимаемыя, показаны будутъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 21. Для сочиненія помянутыхъ таблицъ, то есть, чтобъ опредѣлить надлежащее содержаніе синусовъ и тангенсовъ къ поперешнику круга, иные поперешникъ круга на 100000, иные на 1000000, а иные на 10000000 частей дѣлили, или на столько частей раздѣленнымъ оной себѣ представляли для того, чтобъ избѣжать дробей при сыскиваніи синусовъ не токмо для 90°, но и для самыхъ малѣйшихъ ихъ частицъ. Въ обыкновенныхъ же таблицахъ синусовъ и тангенсовъ поперешникъ круга всегда представляется раздѣленнымъ на 10000000 частей, которыя причлвъ, находятся синусы и тангенсы нѣсколькихъ градусовъ слѣдующимъ образомъ.

ЗАДАЧА I.

Найти синусъ угла 30 градусовъ. Ф. 1.

РѢШЕНІЕ. I.

По елику извѣстно, что хорда на пр. AB въ 60° равняется полупоперешнику круга (§. 295 и 200 Геом); того ради надлежитъ взять изъ полупоперешника, или

изъ

цѣлаго синуса = 10. 000000 половинную часть = 5000000, которая покажетъ синусъ AD, соотвѣтствующій половинной дугѣ на пр. AH въ 30 градусовъ.

ЗАДАЧА II.

ф. 1. §. 23. Найти синусъ угла 45 градусовъ.

РѢШЕНІЕ.

Какъ хорда FK есть четвертая часть изъ всего круга; то противоположенной ей уголъ FCK есть прямой, то есть, 90° (§. 129 и 130 Геом.), и потому Δ FCK есть прямоугольной и FK будетъ ипотенуза, а FC и CK катеты. (§. 67. Геом.). Но какъ $FK^2 = FC^2 + CK^2$ (§. 372. Геом); или, по елику FC=CK (§. 79. Геом.), $FK^2 = 2\ FC^2$. Слѣдовательно, по елику FC есть синусъ цѣлой (§. 9.) = 10. 000000 (§. 21.) ежели изъ $2\ FC^2 = 200000000000000$ извлечешъ квадратной радиксъ, произойдетъ хорда FK = 14142136, коей половинная часть 7071068 будетъ хорда FI, то есть желаемой синусъ угла въ 45 градусовъ.

ЗАДАЧА III.

ф. 1. §. 24. Найти косинусъ AE, когда будетъ данъ синусъ AD.

РѢШЕНІЕ

По елику AE=DC (§. 194. Геом.); того ради квадратъ даннаго синуса AD вычти

изъ

изЪ квадрата полупоперешника, или цѣлаго синуса и изЪ остатка извлеки квадратной радиксЪ и получишЪ желаемой косинусЪ DC (§. 374. Геом). На пр. AD=5000000, AC=10000000; то будетЪ

10000000	5000000
10000000	5000000
100000000000000	25000000000000
25000000000000	

$\sqrt{75000000000000}$ | 8660254 косинусЪ AE=DC.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 25. Ежели найденной дополнительной синусЪ AE=DC (§. 194. Геом.) вычтешЪ изЪ цѣлаго синуса HC; то останется синусЪ обращенной HD. На пр. HC=10000000, DC=8660254; то будетЪ.

10000000
8660254
9133974б синусЪ обращенной HD.

ЗАДАЧА IV.

§. 26. Найти синусЪ половинной дуги AI, когда будетЪ данЪ прямой синусЪ AD. ф. 3.

РѢШЕНІЕ

КвадратЪ обращеннаго синуса HD сложи сЪ квадратомЪ даннаго прямаго синуса AD, изЪ суммы ихЪ извлеки квадратной радиксЪ, и будетЪ извѣстна хорда AH (§.

374.

Геом), коей половина будетъ половинной дуги синусъ AI (§. 5.).

ЗАДАЧА V.

ф. 4. §. 27. Найти двойной дуги синусъ EK, когда будетъ данъ прямой синусъ DG.

РѢШЕНІЕ.

Для подобія треугольниковъ BDG и BFH надлежитъ посылать: BD : DG = BH : HF (§. 210. Геом.), то есть, какъ цѣлой синусъ къ данному синусу, такъ синусъ дополнительной къ линеѣ HF = LK (§. 194. Геом.), которая будучи взята вдвое, составитъ EK, то есть, синусъ двойной дуги. А что LK = $\frac{1}{2}$ EK, сіе явствуетъ изъ того, что линѣя LH какъ въ треугольникѣ EKC съ основаніемъ проведена параллельно, пересѣкаетъ бока онаго пропорціонально (§. 206. Геом.), и потому, когда EH = HC по положенію есть $\frac{1}{2}$ EC, будетъ также EL = KL = $\frac{1}{2}$ EK·ч. н. д.

ЗАДАЧА VI.

§. 28. Даны синусы FG и DE дугъ FA

ф. 5. и DA, которыхъ разность DF не болѣе, какъ 45^{1}; найти всякой синусъ между данными содержащейся, на пр. IL.

РѢШЕНІЕ.

Къ разности данныхъ дугъ DF, къ разности дуги, коей синусъ требуется, то есть, къ IF и къ разности данныхъ

си-

синусовъ DH найди четвертое пропорціональное Геометрическое число,

2. Приложи оное къ данному меньшому синусу FG и произойдетъ желаемой синусъ IL.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда DF и IF суть дуги самыхъ малѣйшихъ синусовъ по положенію; то оныя за прямыя линѣи, безъ всякой чувствительной погрѣшности, приняты быть могутъ. Притомъ когда FG, IL и DE суть параллельныя, то естьли изъ F къ DE опустится перпендикулярная линея FH, будетъ HE = FG (§. 194. Геом), и потому DH разность данныхъ синусовъ FG и DE и служитъ здѣсь слѣдующая пропорція: DF: IF = DH: IK (§. 210. Геом.); слѣдовательно IK + FG = IL. ч. н. с. и. д.

ЗАДАЧА VII.

§. 29. Даны синусы BD и FE двухъ какихъ нибудь дугъ, на пр. AB и AF; найти синусъ половины разности оныхъ, то есть $\frac{1}{2}$ BF. ф. 6.

РѢШЕНІЕ

1. Меньшей изъ данныхъ синусъ BD вычти изъ большаго даннаго FE, останется разность оныхъ FK.

2. По даннымъ синусамъ BD и FE найди косинусы Bi и FH (§. 24.).

3.

3. Найденной меньшей косинусъ FH вычти изъ найденнаго большаго косинуса BI, въ остаткѣ будетъ ихъ разность BK.

4. Разность данныхъ синусовъ FK и разность найденныхъ косинусовъ BK взявъ квадратно, сложи вмѣстѣ и изъ суммы ихъ, то есть, $FK^2 + BK^2$ извлеки квадратной радиксъ, и произойдетъ хорда дуги соотвѣтствующей разности BF, коей половина будетъ желаемой синусъ (§. 5).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Какъ линеи BD и GC, такъ линеи AC BI и FH параллельны между собою, и первыя изъ оныхъ перпендикулярны къ AC, а послѣднія также перпендикулярны къ GC; то FH=KI и BD=EK (§. 194. Геом.); и потому FK будетъ разность синусовъ BD и BI. И какъ Δ FKB есть прямоугольной; то будетъ $BF^2 = BK^2 + FK^2$ (§. 372. Геом). Слѣдовательно хорда BF найдется, когда изъ $BK^2 + FK^2$ извлечешь квадратной радиксъ. ч. н. д.

ЗАДАЧА VIII

§. 30. Данъ синусъ FG = 1. минуты,
Ф. 5. или 60 секундъ; найти синусъ одной секунды, или нѣсколькихъ, на пр. MN.

РѢШЕНІЕ и ДОКАЗАТЕЛЬСВО.

Поелику дуги AM и AF суть весьма малыя; то обѣ онѣ, вмѣстѣ взятыя, то-

есть AM†MF=AF можно принять вмѣсто прямой линѣи безъ всякой чувствительной погрѣшности въ отношенiи къ цѣлому синусу, въ десятичныхъ дробяхъ изображаемому, то есть, дуги AM и AF можно принять за пропорцiональныя синусамъ ихъ. И по тому когда MN параллельна съ FG, будетъ имѣть здѣсь мѣсто слѣдующая пропорцiя: AF : FG=AM : MN (§. 210. Геом.); слѣдовательно, когда AF, FG и AM извѣстны по положенiю, будетъ извѣстна и MN (§. 173. Ариѳ.). ч. н. с. и. д.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 31. Равнымъ образомъ, ежели потребно будетъ, можно найти синусъ, соотвѣтствующей одной терцiи, или нѣсколькимъ.

ЗАДАЧА IX.

§. 32. Изъ данныхъ синусовъ 30, 45 и 36 градусовъ сочинить таблицу всѣхъ синусовъ, одною только минутою, или десятьми секундами, или по крайней мѣрѣ одною секундою, между собою различествующихъ.

РѢШЕНIЕ и ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

1. Изъ синуса 36 градусовъ можно найти синусъ 18°, 9°, 30°, 2° † 15' (§. 26.), синусъ 54°, 72°, 81°, 85° † 30', 87° † 45' (§. 24.); также синусъ 27°, 13° † 30',

6° + 45′, 40° + 30′, 20° + 15′, 42° + 45′ (§. 26), изъ чего синусъ 63°, 76° + 30′, 83° + 15′, 49° + 30′, 69° + 45°, 47° + 15′, (§. 26.), далѣе синусъ 31° + 30′, 15° + 45′, 38° + 15′, 24° + 45′ (§. 24.), изъ того синусъ 58° + 30′, 74° + 15′, 51° + 45′, 65° + 15′ (§. 26.), На конецъ синусъ 29° + 15′ (§. 24.) и его косинусъ 60° + 45 (§. 26.).

2. Изъ синуса 45° находятся синусы 22° + 30′ и 11° + 15′ (§. 26.), также синусы 67° + 30′ и 78° + 45′ (§. 24.), наконецъ синусы 33° + 45′ (§. 26.) и 56° + 15′ (§. 24.)

3. Изъ синуса 30° и синуса 54° находится синусъ 12° (§. 29.).

4. Изъ синуса 12° находятся синусы 6°, 3°, 1° + 30′, 45′ (§. 26.); такожъ синусы 78°, 84°, 87°, 88° + 30′, 89° + 15′ (§. 24.) и синусы 39°, 19° + 30′, 9° + 45′, 42°, 21°, 10° + 30′, 5° + 15′, 43° + 30′, 21° + 45′, 44° + 15′ (§. 26.), далѣе синусы 51°, 70° + 30′, 80° + 15′, 48°, 69°, 79° + 30′, 84° + 45′, 46° + 30′, 68° + 15′, 45° + 45′ (§. 24.), потомъ синусы, 25° + 30′, 12° + 45′, 35° + 15′, 24°, 34° + 30′, 17° + 15′, 39° + 45′, 23° + 15′ (§. 26.), и изъ сихъ синусы 64° + 30′, 77° + 15′, 54° + 45′, 66°, 55° + 30′, 72° + 45′, 50° + 15′, 66° + 45′ (§. 24.),

(§. 24); потомЪ синусы 32° † 15′, 33°, 16° † 30′, 8° † 15′, 27° † 45′ (§. 26.), далѣе изЪ сихЪ производятся слѣдующіе синусы 57° † 45′, 57°, 73° † 30′, 81° † 45′, 62° † 15′ (§. 24.), также синусы 28° † 30′, 14° † 15′, 36° † 45′ (§. 26.) и ихЪ косинусы 61° † 30′, 75° † 45′, 53° † 45′ (§. 24.), на конецЪ синусы 30° † 45′ (§. 26.) и его косинусЪ 59° † 15′ (§. 24).

5. ИзЪ синуса 15° находятся синусы: 7° † 30′ и 3° † 45′ (§. 26.), а изЪ сихЪ слѣдующіе 75°, 82° † 30′, 86° † 15′ (§. 24.), потомЪ 37° + 30′, 18° + 45′, 41° + 15′ (§. 26.) и ихЪ косинусы 52° † 30′, 71° † 15′, 48° † 45′ (§. 24.) и наконецЪ синусЪ 26° † 15′ (§. 26.) и его косинусЪ 63° + 45′ (§. 24.).

6. Естьли синусы такимЪ образомЪ найденные будутЪ приведены вЪ порядокЪ, коихЪ всѣхЪ найдено числомЪ 120. и между двумя одно за другимЪ непосредственно слѣдующими разность 45′ найдешь, какЪ изЪ таблицы при семЪ положенной явствуетЪ; то останется только найти между найденными умѣщающіеся синусы (§. 28.); такимЪ образомЪ и составятся таблицы синусовЪ.

1.	0°.45′	31	23°.15′	61	45°.45′	91	68°.15′
2	1. 30	32	24. 0	62	46. 30	92	69. 0
3	2. 15	33	24. 45	63	47. 15	93	69. 45
4	3. 0	34	25. 30	64	48. 0	94	70 30
5	3. 45	35	26. 15	65	48. 45	95	71. 15
6	4. 30	36	27. 0	66	49. 30	96	72. 0
7	5. 15	37	27. 45	67	50. 15	97	72. 45
8	6. 0	38	28. 30	68	51. 0	98	73. 30
9	6. 45	39	29. 15	69	51. 45	99	74. 15
10	7. 30	40	30. 0	70	52. 30	100	75. 0
11	8. 15	41	30. 45	71	53. 15	101	75. 45
12	9. 0	42	31. 30	72	54. 0	102	76. 30
13	9. 45	43	32. 15	73	54. 45	103	77. 15
14	10. 30	44	33. 0	74	55. 30	104	78. 0
15	11. 15	45	33. 45	75	56. 45	105	78. 45
16	12. 0	46	34. 30	76	57. 0	106	79. 30
17	12.45′	47	35. 15	77	57. 45	107	80. 15
18	13. 30	48	36. 0	78	58. 30	108	81. 0
19	14. 15	49	36. 45	79	59. 15	109	81. 45
20	15. 0	50	37. 30	80	60. 0	110	82. 30
21	15. 45	51	38. 15	81	60. 45	111	83. 15
22	16. 30	52	39. 0	82	61. 30	112	84. 0
23	17. 15	53	39. 45	83	62. 15	113	84. 45
24	18. 0	54	40. 30	84	63. 0	114	85. 30
25	18. 45	55	41. 15	85	63. 45	115	86. 15
26	19. 30	56	42. 0	86	64. 30	116	87. 0
27	20. 15	57	42. 45	87	65. 15	117	87. 45
28	21. 0	58	43. 30	88	66. 0	118	88. 30
29	21. 45	59	44. 15	89	66. 45	119	89. 15
30	22. 30	60	45. 0	90	67. 30	120	90. 0

Teo-

ТЕОРЕМА II.

§. 33. КвадратЪ бока AB вЪ равносторонномЪ треугольникѢ ABC, начерченномЪ вЪ кругѢ, равенЪ трижды взятому квадрату полупоперешника. Ф. 7.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

ПоложимЪ, что AE поперешникЪ круга, раздѢляющій хорду BC вЪ точкѢ F на двѢ равныя части, раздѢляетЪ и дугу BEC, которая есть третья часть изЪ всей окружности, $=120°$, также на двѢ равныя части, то есть, обѢ ея части дѢлаетЪ по 60° и имянно $BE=60°$ и $CE=60°$. Но какЪ хорда 60° есть правильнаго шестиугольника бокЪ, которой равняется полупоперешнику (§. 296. Геом.), то квадратЪ линеи AB будетЪ равенЪ трижды взятому квадрату линеи BE. Ибо $AB^2 + BE^2 = AE^2$ (§. 372. Геом.). Но какЪ AE^2 есть вчетверо больше BE^2 потому, что квадратЪ двойной линеи есть вчетверо больше квадрата линеи одинакой, и потому $AB^2 + BE^2$ есть вчетверо больше BE^2; слѢдовательно изЪ суммы квадратовЪ, то есть, $AB^2 + BE^2$ вычетши BE^2 самЪ себѢ равной, получишь вЪ остаткѢ AB^2 равной трижды взятому квадрату линеи BE. ч. н. д.

ТЕОРЕМА III.

§. 34. БокЪ AB квадрата ABCD, начерченнаго вЪ кругѢ, равенЪ квадратному радиксу, извлеченному изЪ двухЪ квадратовЪ полупоперешника. Ф. 8.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Положимъ, что AC и BD суть два поперешника, взаимно пересѣкающіеся при прямыхъ углахъ въ центрѣ E; то Δ ABE будетъ прямоугольной, а бока́ его AE и BE будутъ полупоперешники въ разсужденіи круга, а въ разсужденіи треугольника катеты: и потому $EA^2 + EB^2 = AB^2$ (§ 372. геом.); слѣдовательно $AB = \sqrt{EA^2 + EB^2}$ ч. н. д.

ТЕОРЕМА IV.

§. 35. Квадратъ бока пятиугольника, начерченнаго въ кругѣ, равенъ квадратамъ
Ф. 9. боковъ шестиугольника и десятиугольника, начерченныхъ въ томъ же кругѣ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что ABCDE будетъ пятиугольникъ, начерченной въ кругѣ, AB бокъ того пятиугольника, AH = BH бокъ десятіугольника, FH полупоперешникъ раздѣляющей хорду AB и дугу ей противоположенную AHB на двѣ равныя части въ точкахъ I и H; FK полупоперешникъ раздѣляющей хорду AB и дугу ей противоположенную AKH на двѣ равныя части въ точкахъ L и K; BF полупоперешникъ равной боку шестіугольника; AFG поперешникъ, раздѣляющій хорду DC и дугу ей противоположенную DGC на двѣ равныя части въ точкахъ N и G; то будетъ $AB^2 = BF^2 + AH^2$ Ибо

1. ∠ BAF = ∠ BAG, потомучто оба на одной дугѣ стоятъ, то есть, на BG, равенъ ∠ BFM по тому, что мѣра его есть дуга $BH = \frac{1}{2} BC$ и дуга $HK = \frac{1}{2} GC$, то есть такаяжъ, какъ и угла BAF; при томъ ∠ ABF есть общій обоимъ треугольникамъ ABF и MBF; слѣдовательно оба сіи треугольника подобны между собою (§. 210, геом.) и потому служитъ здѣсь слѣдующая пропорція: AB : BF = BF : BM, то есть, $AB \times BM = BF^2$.

2. въ треугольникахъ AML и HML, AL = HL, LM = LM, такожъ углы при L равны между собою; слѣдовательно Δ AML = Δ HML, и потому ∠ LAM = ∠ LHM. Но какъ ∠ LAM = ∠ HBA, ибо BH = AH; слѣдовательно Δ ABH есть равнобочной и два треугольника ABH и AHM суть подобны между собою (§. 210. геом); и потому служитъ здѣсь слѣдующая пропорція:

$$AB : AH = AH : AM$$

то есть, $AB \times AM = AH^2$.

Такожъ $AB : BF = BF : BM$

то есть $AB \times BM = BF^2$;

Но какъ $AB \times BM + AB \times AM = BF^2 + AH^2$,

то будетъ $AB^2 = BF^2 + AH^2$.

ЗАДАЧА X.

§. 36. Найти бокъ дѣсятиугольника и пятиугольника. Ф. 10.

РѢШЕНІЕ И ДОКАЗАТЕЛЬСТО

Положимъ, что точка D есть средина, или центръ круга BAC, линея BC поперешникъ онаго, DA перпендикулярная линея изъ средины поперешника возставленная; положимъ такъ же, что полупоперешникъ DC раздѣленъ на двѣ равныя части въ точкѣ E, и линея EF сдѣлана равная EA и притомъ проведена линея AF; то DF будетъ бокъ десятіугольника въ кругѣ начерченнаго, и AF бокъ пятіугольника. Ибо ежели къ линеѣ DF приложишь линею DC, въ точкѣ E по поламъ раздѣленную; то прямоугольной четыреугольникъ, произшедшей изъ линей CF и DF вмѣстѣ съ квадратомъ, произшедшимъ изъ линеи ED, будетъ равенъ квадрату, произшедшему изъ линеи EF, или EA, поелику EA = EF; слѣдовательно показанной прямоугольной четыреугольникъ будетъ равенъ квадратамъ ED и DA; Когдажъ отнимешь общей имъ квадратъ ED; то останется прямоугольной четыреугольникъ, произшедшій изъ CF и DF равной квадрату DA, или DC. И потому узнавъ полупоперешникъ DC, будетъ имѣть здѣсь мѣсто слѣдующая пропорція: CF : CD = CD : DF; слѣдовательно линея CD, какъ средняя пропорціональная между CF и DF, бу-

будетъ бокъ шестиугольника, а DF бокъ десятиугольника, въ кругѣ начерченнаго. Естьлижъ квадратъ полупоперешника CD раздѣлится на CF, то частное число покажетъ знаменованіе линей DF, то есть; бокъ десятиугольника; но чтобъ квадратъ полупоперешника CD можно было раздѣлить на CF, то найти должно знаменованіе линеи CF, которое состоитъ въ слѣдующемъ: $CF = CE + EF = EA$; но $EA^2 = AD^2 + ED^2$, и $AD = CD$, то будетъ $ED = \frac{1}{2}$ CD. Притомъ квадратъ бока пятиугольника равенъ квадрату боковъ шестиугольника и десятиугольника, въ томъ же кругѣ начерченнаго (§. 35.); но квадратъ линеи AF равенъ квадратамъ DA и DF боковъ извѣстныхъ, то есть, $AF^2 = DA\ DF$ (§. 372 Геом.); ибо DA есть бокъ шестиугольника, а DF бокъ десятиугольника; слѣдовательно AF есть бокъ пятиугольника. Итакъ, естьли изъ квадрата AF, или изъ квадратовъ DA и DF извлечешь квадратной радиксъ, получишь знаменованіе линеи AB, или бока пятиугольника. ч. н. с. и. д.

ЗАДАЧА XI.

§. 37. Найти бокъ пятнатцатиугольника.

Ф. 11.

РѢШЕНІЕ И ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ф. 11. AB бокъ пятнатцатиугольника есть хорда умѣщающаяся между основаніемъ равнобедреннаго треугольника ACD и бокомъ пятиугольника CEFBH, въ томъ же кругѣ начерченнаго. И такъ

1. Ежели будутъ извѣстны бокъ AD равнобедреннаго треугольника и бокъ BF пятиугольника; то будутъ также извѣстны и половинныя ихъ части AI и BL, какъ синусы прямые дугъ AM и MB, такожъ будетъ извѣстна и сихъ синусовъ разность AN.

2. BO = LP, поелику есть дополнительной синусъ дуги BR, и AQ = IP = NO (§ 194. геом.), будутъ извѣстны LP и IP съ разностію ихъ LI и BN.

3. На конецъ квадраты найденныхъ боковъ AN и BN прямоугольнаго треугольника ANB сложи вмѣстѣ и изъ суммы ихъ извлеки квадратной радиксъ AB, которой будетъ бокъ искомаго пятнатцатиугольника. ч. н. с. и. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ. 1.

§. 38. Изъ чего явствуетъ, что бокъ пятнатцатиугольника есть хорда соотвѣтствующая дугѣ 24. градусовъ, потому что $24^\circ \times 15 = 360^\circ$.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 39. Слѣдовательно синусъ дуги 12° есть половина изъ хорды 24°.

ЗАДАЧА XII.

§. 40. Найти хорду дополненія BC, когда будетъ дана хорда AB какой нибудь дуги. ф.12.

РѢШЕНІЕ

Поелику Δ. ABC есть прямоугольной: то естьли изъ квадрата бока AC, такъ какъ изъ цѣлаго синуса, вычтешь квадратъ бока AB, а изъ остатка извлечешь квадратной радиксъ, получишь дополненіе хорды BC.

ЗАДАЧА XIII.

§. 41. Найти хорду AB, соотвѣтствующую половинной дугѣ ACB, когда будетъ дана хорда AD, соотвѣтствующая дугѣ ABD. ф.13.

РѢШЕНІЕ.

1. Изъ центра круга E проведи перпендикулярно къ данной хордѣ AD полупоперешникъ EB, то онъ въ точкѣ F раздѣлитъ данную хорду на двѣ равныя части (§. 187. Геом.).

2. Изъ E къ A проведи прямую линею EA, и произойдутъ два прямоугольные треугольники AFB и AFE, въ коихъ находится одинъ общей бокъ AF и оной извѣстенъ, по елику есть половинная часть изъ AD.

3. Изъ квадрата EA, такъ какъ извѣстнаго, по елику есть полупоперешникъ круга, или цѣлой сииусъ, вычти квадратъ AF, оста-

останется квадратъ EF, изъ коего извлекши квадратной радиксъ, получишь въ простомъ знаменованіи EF.

4. Найденную частицу EF вычти изъ всего полупоперешника, въ остаткѢ будетъ FB.

5. Наконецъ изъ BF и AF сдѢлавъ квадраты, сложи оные вмѢстѢ, сумма оныхъ будетъ равна квадрату AB, изъ чего извлеченной радиксъ покажетъ въ простомъ знаменованіи искомую хорду AB.

ЗАДАЧА XIV.

§. 42. Найти хорду AD, соотвѢтствующую двойной дугѢ ABD, когда будетъ дана хорда AB, соотвѢтствующая дугѢ ACB.

ф.14. РѢШЕНІЕ И ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

1. Изъ точки E. чрезъ центръ круга проведи перпендикулярную линею EFB, которая хорду AD, въ точкѢ F, и дугу ей противоположенную ABD, въ точкѢ B, раздѢлитъ на двѢ равныя части (§. 187. Геом.).

2. По елику произшедшей отъ проведенія помянутой линеи Δ BAE есть прямоугольной: то изъ квадрата бока BE, по елику есть вдвое взятой полупоперешникъ, вычти квадратъ данной хорды AB, останется квадратъ AE, изъ чего извлеченной квадратной радиксъ покажетъ въ простомъ знаменованіи AE.

3.

3. BD = AB, и DE=AE, по елику хорды равныхЪ дугЪ равны между собою (§. 270. Геом.): то

4. DE умножь на AB, а AE на BD, произведенiе изЪ того покажетЪ знаменованiе линеи AD, умноженной на BE,

5. Произведенiе, произшедшее изЪ умноженiя AD, на BE, раздѢли на BE, частное число будетЪ AD, (§. 68. Ариѳ.).

ЗАДАЧА XV.

§. 43. Найти СинусЪ CF, соотвѢтствующей дугѢ CAE, сложенной изЪ двухЪ дугЪ AE и CA, когда будутЪ даны Синусы AB и CD тѢхЪ дугЪ. Ф. 15.

РѢШЕНIЕ и ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда треугольники CGD, CLD, LHF, DHI и AHB суть подобны жежду собою, по елику всякой изЪ нихЪ при точкахЪ G, D, F, I, B, имѢетЪ по прямому углу и сверьхЪ того по одному равному углу при L, или общему, при H находящемуся; притомЪ, когда извѢстна линея AH, потому что она равна полупоперешнику EH, или цѢлому Синусу, также извѢстна линея AM, потому что она равна допольнительному Синусу HB, на конецЪ по данному Синусу CD, соотвѢтствующему дугѢ AC, и состоящему на извѢстномЪ полупопе-

перешникѣ, или цѣломъ Синусѣ AH, сыскавъ обращенной его Синусъ DA, (§. 25.) и вычтя оной изъ цѣлаго Синуса, получишь въ остаткѣ часть онаго DH. И такъ по положенiи сего, будутъ имѣть здѣсь мѣсто слѣдующiя пропорцiи:

HA : AB = HD : DI.

и AH : HB = DC : CG.

но какъ DI = FG (§. 194. Геом.)

то будетъ FG † GC = FC, ч. н. с. и. д.

ЗАДАЧА XVI.

§. 44. Найти Синусъ CD соотвѣтствующiй дугѣ AC, какъ разности дугъ AE и CE,
ф.15. когда будутъ даны Синусы AB и CF, соотвѣтствующiе тѣмъ дугамъ.

РѢШЕНIЕ и ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

1. Когда данъ Синусъ CF; то будетъ извѣстенъ и косинусъ его FH = CK, соотвѣтствующiй дополнительной дугѣ CN (§. 24).

2. Равнымъ образомъ когда данъ Синусъ AB, то будетъ извѣстенъ и косинусъ его BH = AM, соотвѣтствующiй дополнительной дугѣ AN (§. 24.), и по тому можно посылать:

HB : BA = HF : FL.

3. Найденное четвертое пропорцiональное число FL вычти изъ даннаго Синуса CF, въ остаткѣ будетъ LC, и потому можно посылать:

AH

AH : HB = LC : CD.

И такЪ найденное чертвертое пропорціональное число CD будетЪ искомой СинусЪ.

ТЕОРЕМА V.

§. 45. Касательнная линея AB дуги AD кЪ полупоперешнику, или кЪ цѢлому Синусу AC содержится такЪ, какЪ прямой СинусЪ DE той же дуги кЪ Синусу дополнительному DF, соотвѢтствующему дополнительной дугѢ DG, то есть, AB : AC = DE : DF. ф.16.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

1. Углы DEC и DFC суть прямые (§. 6.) уголЪ ECF есть также прямой, потому что мѢрою имѢетЪ четверть круга; слѢдовательно всѢ четыре угла четыреугольной фигуры CEDF суть прямые и DF = CE, (§. 194. Геом.)

2. Треугольники BAC и DEC суть равноугольные, по елику вЪ обоихЪ ихЪ находится по прямому углу при A и E, и по общему при C находящемуся; слѢдовательно можно посылать:

BA : AC = DE : EC.

но какЪ EC=DF, (§. 194. Геом.);

то будетЪ BA : AC = DE : DF.

или $\frac{AC \times DE}{DF} = BA$, то есть, естьли

ЦѢлой СинусЪ CA умножишь на прямой СинусЪ DE, и произведенїе изЪ того раздѢлишь на дополнительной СинусЪ DF; то произойдетЪ касательная линея AB:

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 46. ЗнавЪ прямой СинусЪ DF дуги
ф.16. DG, и СинусЪ DE дополнительной дуги DA, удобно можно найти Касательную линею AB дополнительной дуги AD. Ибо, по причинѢ подобїя треугольииковЪ, можно посылать:

$$CE : ED = CA : AB.$$

но какЪ $CE = DF$ (§. 194. Геом.);

то будетЪ $DF : ED = CA : AB$.

или $\frac{CA \times ED}{DF} = AB$, то есть, ежели цѢлой, СинусЪ CA умножишь на дополнительной СинусЪ ED, и произведенїе изЪ того раздѢлишь на прямой синусЪ FD; то произойдетЪ котангенсЪ AB.

ТЕОРЕМА VI.

§. 47. ПолупоперешникЪ, или цѢлой синусЪ CD есть средняя пропорцїональная линея между касательною линеею AB ду-
ф.17. ги AG, и дополнительною касательною линее DE дуги DG, то есть, $AB : CD = CD . DE$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда ABCF есть четверобочная прямоугольная фигура, то $CF = AB$, $FB = AC = CD$

§.

(§. 194 и 79. Геом.) и треугольники BCF и ECD, суть равноугольные, по елику находится въ оныхъ по одному прямому углу при F и D и по общему при C; слѣдовательно можно посылать:

$$CF : FB = CD : DE.$$

но какъ $AB = CF$ и $BF = AC = CD$

то $AB : CD = CD : DE$

или $\frac{CD \times CD}{AB} = DE$, то есть, ежели квадратъ полупоперешника или цѣлаго синуса CD раздѣлится на касательную линею AB: то частное число покажетъ дополнительную касательную линею DE.

ПРИБАВЛЕНІЕ

§. 48. И такъ знавъ токмо синусъ, на пр. Ф. 18.
AB, удобно можно найти касательную линею DC дуги AD, то есть, продолжи полупоперешникъ EA до C, и произойдутъ два прямоугольные треугольники ABE и CDE, между собою подобные, по елику находится въ оныхъ по одному углу при B и D и по общему, при E находящемуся. И какъ въ первомъ изъ оныхъ треугольникъ ABE извѣстны ипотенуза AE и катетъ AB; то можно посылать:

$$EB : BA = ED : DC.$$

ТЕОРЕМА VII.

§. 49. Всякой уголъ и мѣра его дуга имѣетъ цѣлой синусъ, касательную и пересѣкающую линеи.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

ф.19. Положимъ, что данъ ∠B, мѣра его дуга AC: то BC будетъ синусъ цѣлой дуги AC и слѣдовательно угла B; естьли жъ на концѣ C цѣлаго синуса возставишь перпендикулярную CD: то она будетъ касательная линея дуги AC и также угла B: на конецъ линея BA, продолженная до D, будетъ секансъ, или пересѣкающая линея, потому что она опредѣляетъ длину касательной линеи. (§. 17.) ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 50. Изъ чего явствуетъ, что синусъ цѣлой BC, касательная линея DC и пересѣкающая BD составляютъ прямоугольной треугольникъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 51. Когда во всѣхъ случаяхъ рѣшеніе треугольниковъ зависитъ отъ правила пропорцій, помощію котораго къ тремъ даннымъ пропорціональнымъ числамъ находится четвертое пропорціональное число; то для рѣшенія треугольниковъ въ случающихся большихъ выкладкахъ, великое можетъ послѣдовать сокращеніе, когда вмѣсто самыхъ чиселъ, состоящихъ изъ мно-

многихъ знаковъ, взяты будутъ соотвѣтствующіе имъ логариѳмы; ибо тогда умноженіе въ сложеніе, а дѣленіе въ вычитаніе перемѣняется (§. 288 и 292. Ариѳ.). Почему Іоганнъ Неперъ, Баронъ Шотландской, съ удивительнымъ раченіемъ изобрѣлъ всѣхъ синусовъ и тангесовъ логариѳмы, а послѣ его стараніе о изобрѣтеніи оныхъ прилагалъ Генрихъ Бриггій, Профессоръ Оксфуртской; онъ же и простыхъ чиселъ, начиная отъ 1. до 20000 и отъ 90000 до 100000, логариѳмы изобрѣлъ. Прочихъ же чиселъ между 20000 и 90000 заключающихся логариѳмы дополнилъ Адріанъ Улаккъ, такъ что нынѣ уже имѣемъ таблицы логариѳмическія какъ синусовъ и тангесовъ, такъ и простыхъ чиселъ, начиная отъ 1. до 10000.

ЗАДАЧА XVII.

§. 52. Найти логариѳмъ соотвѣтствующій данному синусу.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что требуется найти логариѳмъ синуса 23 градусовъ, которой по Питисковымъ таблицамъ равняется 390731128 4; то

1. Поелику всему данному числу не находится соотвѣтствующаго логариѳма ни въ какихъ таблицахъ, того ради пріищи въ оныхъ логариѳмъ токмо нѣкоторой

части того числа, на пр. 39073, коему числу соотвѣтствуетъ логариѳмъ 4. 5918768. Слѣдовательно числа 3907300000 будетъ логариѳмъ 9. 5918768.

2. Потомъ числа ближайше большаго, на пр. 39074 возьми логариѳмъ, изъ онаго вычетши найденной логариѳмъ, замѣть разность, которая будетъ 111.

3 Посылай: какъ 100000: 111, такъ отрѣзанные отъ даннаго синуса послѣдніе знаки 11284 будутъ содержаться къ четвертому пропорціональному числу 12.

4. Найденное четвертое пропорціональное число 12 приложивъ къ найденному логариѳму 9. 5918768, получишь искомой логариѳмъ 9. 5918780.

ЗАДАЧА XVIII.

§. 53. Найти логариѳмъ тангенса, когда будутъ даны логариѳмы синуса и косинуса.

РѢШЕНІЕ.

ф.16. Поелику при сыскиваніи тангенса употребляется слѣдующая: пропорція CE: ED = CA: AB (§. 46): то

1. Логариѳмъ прямаго синуса ED сложивъ съ логариѳмомъ цѣлаго синуса CA, изъ суммы ихъ вычти логариѳмъ косинуса CE, въ остаткѣ будетъ логариѳмъ тангенса AB.

По-

Положимъ, что прямой синусъ ED = 23° и ему соотвѣтствующій логариѳмъ 9. 5918780, косинусъ CE = 67° и ему соотвѣтствующій логариѳмъ 9 9640261; то

логар. син. цѣл. 10. 0000000
логар. син. прям. 9. 5918780

19. 5918780
логар. косин. 9. 9640261

9. 6278519 логар. тангенса.

ЗАДАЧА XIX.

§. 54. Найти логариѳмъ секанса, когда будетъ данъ логариѳмъ косинуса.

РѢШЕНІЕ

Поелику при сыскиваніи секанса употребляется слѣдующая пропорція: EC : ED = AC : CB; то

1. Логариѳмъ цѣлаго синуса умножь на 2.

2. Изъ произведенія вычти логариѳмъ косинуса, въ остаткѣ будетъ логариѳмъ секанса.

Положимъ, что данъ косинусъ CE = 67° и ему соотвѣтствующій логариѳмъ прискан 9. 9640261; то

лог. син. цѣл. 10. 0000000
2

20. 0000000
лог. косин. 9. 9640261

10. 0359739 лог. секанса.

ТЕОРЕМА VIII.

ф. 1. §. 55. Касательная линея HG 45° равняется полупоперешнику, или цѣлому синусу HC.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику дуга AH 45° по положенію; то будетъ и уголъ HCG = 45° (§. 47. геом.). и HG = HC (§. 202. геом.). ч. н. д.

ГЛАВА ВТОРАЯ.

О рѣшеніи прямоугольныхъ треугольниковъ.

АКСІОМА I.

§. 56. Въ прямоугольномъ треугольникѣ ABC, ежели основаніе его BA возмется за полупоперешникъ, или за цѣлой синусъ; то другой его бокъ, на пр. BC будетъ тангенсъ угла A, а ипотенуза AC секансъ тогожъ угла. Равнымъ образомъ, ежели BC возмется за цѣлой синусъ; то BA будетъ тангенсъ угла C.

АКСІОМА II.

§. 57. Ежели ипотенуза AC возмется за цѣлой синусъ; то BC будетъ синусъ угла A, а BA косинусъ, соотвѣтствующій противоположенному углу C.

ПРИБАВЛЕНІЕ

§. 58. Изъ чего явствуетъ, что для сысканія не извѣстныхъ частей въ прямоугольномъ треугольникѣ по даннымъ извѣстнымъ то только должно наблюдать, чтобъ

взаимное отношеніе какъ боковъ, такъ и синусовъ, или тангенсовъ правильно употребляемо было и изъ того выводилось надлежащее рѣшеніе.

ПРИМѢЧАНІЕ

§. 59. Разныя мѣры, которыя употребляются для измѣренія боковъ, имѣютъ жежду собою подобное содержаніе, по елику чрезъ оныя длина и пропоція боковъ не перемѣняется, но опредѣляется. На пр. ежели бока, изъ коихъ одинъ противъ другаго вдвое больше, будутъ опредѣлены разными мѣрами; то и мѣры ихъ будутъ имѣть двойное содержаніе. И потому ежели бока въ треугольникахъ, такъ какъ синусы, или тангенсы, будутъ вымѣряны геометрическою мѣрою, или частицами цѣлаго синуса, справедливо употребляется сравненіе сихъ мѣръ, какъ подобныхъ пропорціональныхъ количествъ. Какъ то изъ слѣдующихъ примѣровъ яснѣе можно видѣть.

ЗАДАЧА XX.

§. 60. Въ прямоугольномъ треугольникѣ ABC, кромѣ прямаго угла, даны основаніе AB, перпендикулъ BC; найти острые углы A и C.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что AB = 84,′ BC = 52′; то

1. По елику основаніе AB принявъ за-

цѣлой синусъ, BC будетъ тангенсъ угла A; то надлежитъ посылать;

AB : BC = с. ц. : танг. ∠ A, то есть, вмѣсто чиселъ принявъ соотвѣтствующіе имъ логариѳмы, на пр.

логар. 84 = 1. 9242793
логар. 52 = 1. 7160033
логар. С. ц. = 10. 0000000
будетъ слѣдующая пропорція:

1. 9242793 : 1. 7160033 = 10. 0000000

$$
\begin{array}{r}
10.\ 0000000 \\
\hline
11.\ 7160033 \\
1.\ 9242793 \\
\hline
9.\ 7917240
\end{array}
$$

2. Найденному четвертому пропорціональному числу 9. 7917240 въ логариѳмахъ, и изображающему тангенсъ угла, тіищи въ таблицахъ логариѳмическихъ въ столбцѣ тангенсовъ сходственный хотя въ нѣкоторыхъ первыхъ знакахъ логариѳмъ, и увидишь, что сходственной логариѳмъ находится противъ 31 и 15,′ почему и уголъ A будетъ 31° и 15′.

3. Найденное число градусовъ и минутъ, приличествующее углу A вычти изъ 90,° и получишь, сколько другой уголъ C будетъ имѣть градусовъ и минутъ; на пр.

89.°

89° † 60′
31° † 15′

58° † 45′ толикихЪ градусовЪ
и минутЪ уголЪ C.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 61. Для удостовѣренія, точно ли по стольку градусовЪ и минутЪ имѣютЪ искомые углы, сложи всѣ углы вмѣстѣ, и естьли сумма трехЪ угловЪ будетЪ составлять 180°; то не токмо вЪ семЪ случаѣ, но и вЪ другихЪ послѣдующихЪ должно почитать выкладки за справедливыя. На пр.

∠ B = 90°
∠ A = 31° † 15′
∠ C = 58° † 45′

180° вѣрно.

ЗАДАЧА XXI.

§. 62. Найти острые углы A и C; когда, сверьхЪ прямаго угла, будутЪ даны ипотенуза AC и катетЪ BC.

РѢШЕНІЕ.

ПоложимЪ, что AC = 104,′ BC = 83′; то ипотенузу AC принявЪ за цѣлой синусЪ, посылай:

AC: BC = C. ц: Син. ∠ A.

То есть, вмѣсто чиселЪ принявЪ соотвѣтствующіе имЪ логариѳмы, на пр. 104′ = 2. 0170333, 83 = 1. 9190781, будетЪ слѣдующая пропорція:

2. 0170333: 1. 9190781 = 10. 0000000
10 0000000

11. 9190781
2. 0170333

9. 9020448 съ симъ логариѳмомъ въ первыхъ знакахъ сходственный логариѳмъ находится въ столбцѣ синусовъ противъ 53°; почему и уголъ A будетъ 53°.

ЗАДАЧА XXII.

§. 63. Найти катетъ AB; когда, сверьхъ прямаго угла, будутъ даны катетъ BC и уголъ A.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что BC=146′, уголъ A=50°: то катетъ BC принявъ за цѣлой синусъ, посылай:

с. ц. танг. ∠A = BC. AB.

То есть, вмѣсто чиселъ принявъ соотвѣтствующіе имъ логариѳмы, на пр. 146′ = 2. 1643529, 50° = 10. 0761865, будетъ слѣдующая пропорція:

10. 0000000: 10. 0761865 = 2. 1643529
2. 1643529

12. 2405394
10. 0000000

2. 2405394 съ симъ логариѳмомъ сходственной логариѳмъ находится въ простыхъ числахъ противъ числа 1740″; почему и катетъ AB будетъ 1740″.

ЗА-

ЗАДАЧА XXIII.

§. 64. Найти катетъ BC, когда, сверьхъ прямаго угла, будутъ даны катетъ AB и уголъ C.

РѢШЕНIЕ.

Положимъ, что AB=1740″, уголъ C=40°: то, катетъ AB принявъ за цѣлой синусъ, посылай:

С. ц: танг. ∠C = AB: BC.

То есть, вмѣсто чиселъ принявъ соотвѣтствующiе имъ логириѳмы, на пр. 1740″ = 2. 2405394, 40° = 9. 9238135, будетъ слѣдующая пропорцiя:

10. 0000000: 9. 9238135 = 2. 2405394.

$$\begin{array}{r} 2.\ 2405394 \\ \hline 12.\ 1643529 \\ 10.\ 0000000 \\ \hline \end{array}$$

2. 1643529 съ симъ логариѳмомъ сходственной логариѳмъ находится въ простыхъ числахъ противъ числа 1460″; по чему и катетъ BC будетъ 1460″.

ЗАДАЧА XXIV.

§. 65. Найти катетъ BC, когда, сверьхъ прямаго угла, будутъ даны ипотенуза AC и уголъ A.

РѢШЕНIЕ.

Положимъ, что AC = 104, A = 53°; то ипотенузу AC принявъ за цѣлои синусъ, посылай:

С

с. ц. син. $\angle A = AC : BC$.

То есть, вмѣсто чиселъ принявъ соотвѣтствующіе имъ логариѳмы, на пр. 104 = 2. 0170333, 53° = 9. 9023486, будетъ слѣдующая пропорція:

$$10.\ 0000000 : 9.\ 9023486 = 2.\ 0170333.$$

$$\begin{array}{r} 2.\ 0170333 \\ \hline 11.\ 9193819 \\ 10.\ 0000000 \\ \hline 1.\ 9193819 \end{array}$$

1. 9193819 съ симъ логариѳмомъ сходственной логариѳмъ находится въ простыхъ числахъ противъ числа 830″; по чему и катетъ BC будетъ 830″.

ЗАДАЧА XXV.

§. 65 Найти катетъ AB, когда, сверьхъ прямаго угла, будутъ даны ипотенуза AC и бокъ BC.

РЕШЕНІЕ.

Положимъ, что AC = 104″, BC = 830″: то сыскавъ сперьва уголъ C (§. 62.), и потомъ принявъ ипотенузу за цѣлой синусъ, посылай;

с. ц. : син. $\angle C = AC : AB$.

То есть, вмѣсто чиселъ принявъ соотвѣтствующіе имъ логариѳмы, на пр. 104″ = 2. 0170333, $\angle C$ = 37° = 9. 7794630, будетъ слѣдующая пропорція:

10. 0000000 : 9. 7794630 = 2. 0170333
2. 0170333
―――――――
11. 7964963
10. 0000000
―――――――
1. 7964963 съ симъ логариѳмомъ сходственной логариѳмъ находится въ простыхъ числахъ противъ числа 620; почему и катетъ AB будетъ 620.

ЗАДАЧА XXVI.

§. 67. Найти ипотенузу AC; когда, сверьхъ прямаго угла, будутъ даны уголъ C и катетъ AB.

РѢШЕНІЕ

Положимъ, что AB=61′, уголъ C=37°: то ипотенузу принявъ за цѣлой синусъ, посылай:

Син. ∠C : ц. с. = AB : AC,

То есть, вмѣсто чиселъ принявъ соотвѣтствующіе имъ логариѳмы, на пр. 61′ = 1. 7853298, 37° = 9. 7794630, будетъ слѣдующая пропорція:

9. 7794630 : 10. 0000000 = 1. 7853298
1. 7853298
―――――――
11. 7853298
9. 7794630
―――――――
2. 0058668 съ симъ логариѳмомъ сходственной логариѳмъ находится въ простыхъ числахъ противъ числа 101; почему и ипотенуза AC будетъ 101.

ЗА-

ЗАДАЧА XXVII.

§. 68. Найти ипотенузу; когда, сверьхъ прямаго угла, будутъ даны оба катета.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что AB = 61′, BC = 83′; то, сыскавъ сперьва острые углы (§. 62.), по предыдущему рѣшенію можно будетъ найти и ипотенузу (§. 67.).

ГЛАВА ТРЕТІЯ.

О Рѣшеніи Косоугольныхъ треугольниковъ

ТЕОРЕМА IX.

§. 69. Во всякомъ треугольникѣ синусъ угла къ противоположенному ему боку содержится такъ, какъ другой синусъ другаго угла къ противоположенному жъ ему боку.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Положимъ, что Δ ABC начерченъ въ кругѣ,
ф.21. и чрезъ центръ D проведенныя перпендикулярныя линеи DE, DF и DG раздѣляютъ бока того треугольника AB, BC и CA, такъ какъ хорды, и дуги тѣмъ хордамъ противоположенныя, на двѣ равныя части (§. 187. Геом.); то, поелику ∠ ADE = ∠ ACB (§. 257. Геом.), будетъ и ∠BDF = ∠BAC, также ∠ADG = ∠ABC. Но какъ AH половинная часть изъ AB есть синусъ ∠ADG (§. 5.); то будетъ AH также синусъ ∠ ACB, BI синусъ ∠ BAC и AK синусъ ∠ ABC; слѣдователь-

тельно имѣетъ здѣсь мѣсто слѣдующая пропорція: AH : AB = BI : BC. и BI : BC = AK : AC. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 70. Изъ чего явствуетъ, что во всякомъ треугольникѣ одинъ бокъ къ синусу противоположеннаго угла содержится такъ, какъ другой бокъ тогожъ треугольника къ синусу противоположеннаго жъ ему угла; и обратно, какъ синусъ къ боку, такъ другой синусъ къ другому боку. На пр.

Когда AH : AB = BI : BC
и BI : BC = AK : AC;
то будетъ также AB : AH = BC : BI
и BC : BI = AC : AK (§. 138. Ариѳ.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2

§. 71. Слѣдовательно во всякомъ треугольникѣ бока содержатся между собою, какъ синусы. Ибо естьли AB : AH = BC : BI, и BC : BI = AC : AK (§. 70.), будетъ также AB : BC = AH : BI. (§. 139 Ариѳ.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 72. Сія теорема съ выведенными изъ оной слѣдствіями есть *общая*, потому что въ силу оной можно рѣшить не только косоугольные, но и прямоугольные треугольники.

ЗАДАЧА XXVIII.

§. 73. Въ остроугольномъ треугольникѣ ABC даны два угла A и C и притомъ

бокъ

бокъ AB, противоположенной одному изъ данныхъ углу C; найти другой бокъ BC, противоположенной другому изъ данныхъ углу A.

РѢШЕНІЕ

Ф.22. Положимъ, что $\angle C=48^\circ + 35'$, $\angle A=57^\circ + 28'$, $AB=74'$, и по елику во всякомъ треугольникѣ синусы къ противоположеннымъ бокамъ имѣютъ содержаніе (§. 69.); того ради посылай:

Син $\angle C$: AB=Син. $\angle A$: BC:

Или вмѣсто чиселъ принявъ соотвѣтствующіе имъ логариѳмы на пр. $57^\circ + 28'=9.9258681$, $48^\circ + 35'=9.8750142$, $74'=1.8692347$, будетъ имѣть мѣсто слѣдующая пропорція:

$$
\begin{array}{r}
9.8750142 : 1.8692317 = 9.9258681 \\
9.9258681 \\
\hline
11.7950998 \\
9.8750142 \\
\hline
1.9200856
\end{array}
$$

съ симъ логариѳмомъ сходственной логариѳмъ находится въ простыхъ числахъ противъ числа $83'$, почему будетъ и $AB=83'$.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 74. По елику въ таблицахъ какъ простыхъ чиселъ, такъ синусовъ и тангенсовъ не находится точнаго логариѳма, а токмо пріискивается въ нѣкоторыхъ

знакахъ сходственной съ найденнымъ; того ради въ такомъ случаѣ можно находить для найденныхъ чиселъ десятичныя дроби, характеристику найденнаго логариѳма, ежели она будетъ 1, то въ 2; ежели 2, то въ 3; и такъ далѣе, перемѣняя и пріискивая съ такою характеристикою также въ нѣкоторыхъ токмо первыхъ знакахъ сходственной логариѳмъ. На пр. въ предыдущемъ примѣрѣ найденъ логариѳмъ 1. 9200856: то перемѣня характеристику въ 2 съ оставшимися послѣ нея знаками, пріискивай сходственной логариѳмъ, какой и найдешь противъ числа 831''; по чему будетъ и бокъ AB = 831''; ежели жъ характеристику перемѣнишь въ 3: то найдешь сходственной логариѳмъ противъ числа 8319'''; по чему будетъ и бокъ AB = 8319'''.

ЗАДАЧА XXIX.

§. 75. Въ остроугольномъ треугольникѣ ABC даны два бока AB и BC и притомъ уголъ C, противоположенной одному изъ данныхъ боку AB; найти прочіе углы A и B. ф. 12.

РѢШЕНІЕ

1. Положимъ, что AB = 74', BC = 80', ∠C = 48° + 35'; то посылай:

AB: син. ∠C: BC: син. ∠A (§. 70).

Или вмѣсто чиселъ принявъ соотвѣтствующїе имъ логариѳмы, на пр. 74′ = 1. 8692317, 48° + 35′ = 9. 8750042, 83′ = 1. 9200856, будешь имѣть слѣдующую пропорцїю:

1. 8692317 : 9. 8750042 = 1. 9200856
1. 9200856

11. 7950898
1. 8692317

9. 9258581 съ симъ логариѳмомъ сходственной логариѳмъ находится въ столбцѣ синусовъ противъ 57° + 28′; по чему будетъ и уголъ A = 57° + 28.′

2. Градусы найденнаго угла A сложи съ градусами даннаго угла C и сумму ихъ вычти изъ 180°, получишь градусы третьяго угла B, то есть

∠A = 57° + 28′	179° + 60′
∠C = 48° + 35′	106° + 3′
∠A + ∠C = 106° + 3′	73° + 57′ = ∠B.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 76. Въ послѣдующихъ задачахъ всегда подъ пропорцїею, состоящею изъ буквъ латинскихъ, имѣютъ подписываны быть соотвѣтствующїе имъ логариѳмы для большаго упражненія въ прїискиванiи сходственныхъ.

ЗАДАЧА XXX.

§. 77. Въ тупоугольномъ треугольникѣ ABC даны всѣ углы и основанїе BC; найти

найти перпендикулЪ AD, опущенной на продолженное основаніе.

РѢШЕНІЕ Ф. 23.

1. Положимъ, что $\angle A = 35^\circ$, $\angle B = 38^\circ$; слѢдовательно будетЪ $\angle C = 107^\circ$, также $BC = 18'$; то посылай:

Син. $\angle A$: BC = син. $\angle B$: AC

9. 7585913 : 1. 2552725 = 9. 7893420

9. 7893420

11. 0446145

9. 7585913

1. 2860232 сему логариѳму соотвѢтствующій сходственный логариѳмЪ находится вЪ простыхЪ числахЪ противЪ числа 19'; по чему будетЪ и $AC = 19'$.

2. СыскавЪ линею AC, надлежитЪ потомЪ принять вЪ разсужденіе прямоугольной треугольникЪ ADC, вЪ которомЪ, кромѢ прямаго угла, извѢстны бокЪ AC и уголЪ $ACD = 73^\circ$, по елику уголЪ $ACB = 107^\circ - 180^\circ = 73^\circ$. И такЪ надлежитЪ посылать:

С. ц : AC = син. $\angle ACD$: AD

10. 0000000 : 1. 2860232 = 9. 9805963

9. 9805963

11. 2666195

10. 0000000

1. 2666195 сЪ симЪ логариѳмомЪ сходственной логариѳмЪ нахо-

дится въ простыхъ числахъ противъ числа̀ 18′; по чему будетъ и AD = 18′.

ЗАДАЧА XXXI.

§. 78. Въ тупоугольномъ треугольникѣ
Ф. 24. ABC даны два бока AB и BC и уголъ, между тѣми боками заключающїйся B; найти прочїе углы и третей бокъ AC.

РѢШЕНIЕ

Положимъ, что AB = 11′, BC = 6′, ∠B = 40° + 4′, то

1. Изъ одного неизвѣстнаго угла, на пр. C. опусти на извѣстной бокъ AB перпендикулярную линею CD, и произойдутъ два прямоугольные треугольники BDC и ADC, изъ которыхъ въ первомъ поелику кромѣ прямаго угла, при D. находящагося, извѣстенъ также уголъ B: то будетъ извѣстна и часть угла C, то есть BCD, есть ли сумму прямаго угла и извѣстнаго B вычтешь изъ 180.° на пр.

∠D = 90°	179° + 60′
∠B 40° + 4′	130° + 4′
∠D + ∠B = 130° + 4′	∠BCD = 49° + 56′

По чему можно посылать:

C. ц : BC = син. ∠B : CD

10. 0000000 : 0. 7781512 = 9. 8086690
9. 8086690
10. 5868202

10.

10. 0000000

0. 5868202 съ симъ логариѳмомъ сходственной логариѳмъ находится въ простыхъ числахъ противъ числа 4′; по чему будетъ и CD = 4′.

2. Потомъ въ разсужденіи тогожъ треугольника посылай.

С. ц.: BC = син. ∠BCD: BD

10. 0000000: 0. 7781512 = 9. 8838294

9. 8838294

10. 6619806

10. 0000000

0. 6619806 съ симъ логариѳмомъ сходственой логариѳмъ находится въ простыхъ числахъ противъ числа 5; по чему будетъ и BD = 5′.

3. Вычти BD изъ AB, останется AD, на пр.

AB = 11′

BD = 5′

AD = 6′

4. Потомъ принявъ въ разсужденіе другой прямоугольной треугольникъ ADC, въ которомъ поелику кромѣ прямаго угла, при D находящагося, извѣстенъ бокъ AD; то посылай:

AD: DC = С. ц.: тан. ∠A.

0. 7781512: 0. 6020600 = 10. 0000000

$$\begin{array}{r} 10.\ 0000000 \\ \hline 10.\ 6020600 \\ 0.\ 7781512 \\ \hline 9.\ 8239088 \end{array}$$

съ симъ логариѳмомъ сходственной логариѳмъ находится въ столбцѣ тангенсовъ противъ 33° + 41′; почему будетъ и уголъ А=33° + 41′.

5. Угловъ А и В градусы сложивъ вмѣстѣ, вычти изъ 180°, и будетъ извѣстенъ третей уголъ С. На пр.

∠ В = 40° + 4′	179° + 60′
∠ А = 33° + 41′	73° + 45′
∠ В + ∠ А = 73° + 45′	106° + 15′ = ∠ С.

6 Наконецъ будетъ извѣстенъ и третей бокъ АС, естьли сдѣлаешь слѣдующую посылку:

Син. ∠ А : DC = С- ц : АС

Другимъ образомъ

Ф. 25. Положимъ, что тупоугольной треугольникъ АВС данъ въ другомъ положенiи, на пр. извѣстны его бока АВ и ВС и уголъ, между тѣми боками заключающiйся В, и требуется найти прочiе углы.

РѢШЕНIЕ

1. Продолжи бокъ АВ до D и изъ С опусти перпендикулъ CD.

2. Поелику ∠ АВС извѣстенъ; то будетъ извѣстенъ и уголъ CBD, такъ какъ до-

дополнительной; и поелику уголъ при D есть прямой; то въ прямоугольномъ треугольникѣ BCD, какъ извѣстны всѣ три угла и бокъ BC, будутъ извѣстны CD и BD (§. 65 и 66).

3. Къ извѣстному боку AB приложи BD, и будетъ извѣстна линея AD.

4. И такъ, когда въ прямоугольномъ треугольникѣ ADC кромѣ прямаго угла, при D находящагося, извѣстны бока AD и CD, будетъ извѣстна ипотенуза AC и три бока треугольника ACB съ тупымъ угломъ ABC.

5. Вмѣсто синуса тупаго угла взявъ синусъ дополнительнаго угла CBD, и какъ будутъ извѣстны всѣ три бока съ синусомъ одного угла: то будутъ извѣстны и прочіе углы. На пр.

AC : син. ∠CBD = AB : син. ∠BCA
и AC : син. ∠CBD = BC : син. ∠BAC.

ПРИМѢЧАНІЕ

§. 79. Поелику показанное рѣшеніе нѣсколько продолжительно, а задача въ великомъ употребленіи; того ради въ помощь сего выдумано другое кратчайшее, которое изъ приложенной при семъ Леммы выводится.

ЛЕММА

§. 80. Ежели изъ половины суммы

двухЪ неравныхЪ количествЪ вычтешь половинную ихЪ разность: то останется меньшое количество: ежели жЪ кЪ половинѢ суммы двухЪ неравныхЪ количествЪ приложишь половинную ихЪ разность: то изЪ того произойдетЪ большое количество,

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

ПоложимЪ, что даны два не равныя количества, одно на пр. 12, адругое 8, разность ихЪ 4: то, по елику большое количество 12 содержитЪ вЪ себѢ меньшое 8 и разность 4, сумма большаго и меньшаго равная 20 будетЪ содержать вЪ себѢ дважды меньшое и разность, на пр. 20 = 8†8†4. СлѢдовательно половинная сумма, равная 10, будетЪ содержать вЪ себѢ однажды меньшое и половину разности, на пр. 10=8†2. Того ради, Ежели сія половинная разность вычтется изЪ половины суммы тѢхЪ двухЪ неравныхЪ количествЪ, останется меньшое количество, на пр. 10 — 2 = 8; а ежели оная половинная разность приложится кЪ половинѢ суммы тѢхЪ двухЪ неравныхЪ количествЪ: то изЪ того произойдетЪ большое количество. На пр. 10†2=12. ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXII.

Ф.26. §. 81. ВЪ косоугольномЪ треугольникѢ ABC даны два бока AB, AC и уголЪ, между тѢми боками заключающійся A; найти прочіе углы B и C.

РѢШЕНІЕ.

1. Посылай: какъ сумма двухъ боковъ содержится къ разности ихъ, такъ будетъ содержаться тангенсъ половины суммы неизвѣстныхъ угловъ къ тангенсу половины ихъ разности.

2. Найденную половинную разность не извѣстныхъ угловъ приложи къ половинѣ суммы ихъ, получишь большой уголъ, то есть, которой противополагается большему боку; или найденную половинную разность неизвѣстныхъ угловъ вычти изъ половивы суммы ихъ, получишь меньшой уголъ, то есть, которой противополагается меньшему боку.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Послѣдняя часть рѣшенія утверждается на показанной леммѣ (§. 80.); для доказательстважъ первой части рѣшенія, большимъ изъ данныхъ бокомъ AC изъ точки A, такъ какъ изъ центра, начертивъ кругъ, продолжи AB до D и E, и проведи потаенныя линеи DC и CE; то, поелику AC=AE=AD (§. 79. геом.), будетъ BE сумма данныхъ боковъ, а BD разность ихъ. И поелику $o = x + y$ (§ 204. геом.), и $u = \frac{1}{2} o$ (§. 257. геом.); то ∠ u будетъ изображать половину суммы неизвѣстныхъ угловъ, то есть, $u = \frac{1}{2} x + y$ (§ 31. Ариѳ.).

И

И какъ уголъ DCE есть прямой (§ 260. геом.); то, ежели изъ точки D, такъ какъ изъ центра, полупоперешникомъ DC начертишь дугу CF, которая есть мѣрою угла D, или угла u, линея CE, по елику на концѣ линеи DC стоитъ перпендикулярно, будетъ тангенсъ угла D, или угла u (§. 14.), то есть, тангенсъ половины суммы неизвѣстныхъ угловъ. А что ∠n изображаетъ половину разности неизвѣстныхъ угловъ, сїе видно изъ того, что оной будучи приложенъ къ углу u, составляетъ внѣшней уголъ и изъ неизвѣстныхъ большой x, то есть. $n + u = x$ (§. 204 геом.). И такъ, естьли на конецъ D линеи DC возставишь перпендикулярную линею DG, будетъ она тангенсъ угла u (§. 14.), то есть, тангенсъ половины разности неизвѣстныхъ угловъ. Но какъ Δ DGB ∾ Δ BCE, по елику въ оныхъ ∠ EBC=∠DBG (§. 137. геом.), также ∠ BGD = ∠ BCE (§. 86. геом). и ∠ GDB = ∠BEC; то имѣетъ здѣсь мѣсто слѣдующая пропорцїя: BE : BD = BC: GD, то есть, какъ сумма двухъ боковъ къ разности ихъ, такъ тангенсъ половины суммы неизвѣстныхъ угловъ къ тангенсу половины ихъ рзности. ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXIII.

§. 82. Въ косоугольномъ треугольникѣ

AD

ADC даны всѣ бока; найти всѣ углы.

РѢШЕНІЕ. Ф.27.

1. Изъ центра A меньшимъ бокомъ AD начертивъ кругъ, изъ верьху угла A опусти на основаніе перпендикулярную линею AE, и продолжи CA до E: то, поелику AD=AB=AF (§. 79. геом.), будетъ CF=CA+AD, то есть, сумма двухъ боковъ, а CB=AC—AD разность ихъ.

2. Находящуюся внѣ круга основанія частицу CG найди чрезъ слѣдующую посылку: CD : CF=CB : CG, то есть, какъ все основаніе къ суммѣ двухъ боковъ, такъ разность ихъ къ частицѣ основанія, находящейся внѣ круга.

3. По томъ, поелику хорда GD въ точкѣ E раздѣляется на двѣ равныя части, ежели отъ CD отнимешь CG, останется GD, чего половина будетъ EG, которая будучи приложена къ CG. покажетъ CE.

4. И такъ въ прямоугольныхъ треугольникахъ ACE и ADE будетъ извѣстно основаніе съ ипотенузою и прямымъ угломъ, чего и довольно для сысканія не извѣстныхъ угловъ (§. 62.). На пр. AD=36′. AC=45′, CD=40′; то

AC=45′, AC=45′

AD

$$AD = 36'$$
$$\overline{AC + AD = 81'}$$

$$AD = 36'$$
$$\overline{AC - AD = 9'}$$

CD : CF = CB : CG.

1. 6020600 : 1. 9084850 = 0. 9542425

0. 9542425

2. 8627275

1. 6020600

1. 2606675 сему логариѳму соотвѣтствующїй сходственный логариѳмъ находится въ простыхъ числахъ противъ числа $1822'''$; по чему будетъ и $CG = 1822'''$.

$$CD = 4000'''$$
$$-\ CG = 1822$$
$$\overline{GD = 2178}$$

$$GE = 1089$$
$$CG = 1822$$
$$\overline{CE = 2911.}$$

2 | 2178 | 1089 = GE

AB : С. ц. = ED : син. ∠EAD

3. 5563025. 10. 0000000 = 3. 0370279

10. 0000000

13. 0370279

3. 5563025

9. 4807254 сему логариѳму соотвѣтствующїй сходственный логариѳмъ находится въ столбцѣ синусовъ противъ $17° + 36'$; по чему будетъ и ∠EAD $17° + 36'$.

$17° + 36'$ $179° + 60'$

90°

90°   107° + 36′

∠AED + ∠EAD = 107° + 36′   72° + 24′ = ∠AED

AC : син. ц. = CE : син. ∠EAC

3. 6532125 : 10. 0000000 = 3. 4640422

3. 4640422

13. 4640422

3. 6532125

9. 8108297 сему логариѳму соотвѣтствующій сходственный логариѳмъ находится въ столбцѣ синусовъ противъ 40° + 18′; по чему будетъ и ∠EAC = 40° + 18′.

40° + 18′   179° + 60′

90   130 + 18

∠AEC + ∠EAC = 130° + 18′   49° + 42′ = ∠ACE

∠EAD = 17° + 36′

∠EAC = 40° + 18

∠CAD = 57° + 54′

повѣрка

∠CAD = 57° + 54′

∠ACE = 49° + 42′

∠ADE = 72° + 24′

A + C + D = 180° вѣрно

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Надлежитъ показать только то, что пропорція въ первой части рѣшенія употреблена справедливая, какъ то и изъясняется особливою фигурою: то есть, изъ точки с, внѣ круга, проведши двѣ какія ни-

нибудь прямыя линеи, на пр. CB и CA;
Ф.28. справедливо будетъ то, что пересѣкающіяся линеи CB и CA имѣютъ обратное содержаніе своихъ частицъ, внѣ круга находящихся; или, что все равно, имѣетъ здѣсь мѣсто слѣдующая пропорція: CB : CA = CD : CE. Ибо, проведши линеи AB и DE составится Δ CAB $\backsim$ Δ CDE, по елику $\angle x$ общій обоимъ треугольникамъ и n = y, по тому что y + o имѣетъ мѣрою полкруга. Но мѣра $\angle m$ есть $\frac{1}{2}$ DEB, и мѣра $\angle o$ есть $\frac{1}{2}$ DAB (259. Геом.), которыя двѣ дуги, вмѣстѣ взятыя, составляютъ цѣлой кругъ, а половина ихъ дѣлаетъ полкруга, и по тому m = y; слѣдовательно z = n (§. 152. Геом.), и Δ CAB $\backsim$ Δ CDE (§ 210. Геом.). По чему показанная пропорція и справедлива. ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXIV.

Ф.29. §. 83. Въ треугольникѣ ABC даны всѣ углы и сумма всѣхъ боковъ; найти въ особливости каждой бокъ.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что $\angle A = 47° + 30'$, $\angle B = 76° + 58'$, $\angle C = 55° + 32'$, AB + BC + CA = 963; то сыскавъ синусы каждаго угла въ особливости, сложи оные вмѣстѣ и посылай: какъ сумма всѣхъ синусовъ содержится къ суммѣ всѣхъ боковъ, такъ будетъ содержаться каждой въ особливости синусъ къ противоположенному ему боку. На пр.

$\angle A = 47^\circ + 30' = 73727 \cdot 73$
$\angle B = 76^\circ + 58' = 97423 \cdot 90$
$\angle C = 55^\circ + 32' = 82445 \cdot 56$

25359719

$25359719 : 963 = 7372773 : 279 = BC$
$25359719 : 963 = 9742390 : 369 = AC$
$25359719 : 963 = 8244556 : 313 = AB$

ТЕОРЕМА X.

§. 84. Треугольная плоскость ABC равняется произведенію, произшедшему изъ умноженія половинной части всѣхъ трехъ боковъ, вмѣстѣ взятыхъ, на полупоперешникъ круга, въ той треугольной плоскости начерченнаго. Ф. 30.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

1. Когда раздѣлишь каждой уголъ треугольника ABC на двѣ равныя части линеями AD, CD и BD: то всѣ сіи линеи сойдутся въ одной точкѣ D.

2. Изъ сей точки D когда проведешь перпендикулярныя линеи DG, DF и DE къ бокамъ AC, CB и AB: то, по елику треугольники ADE и ADG имѣютъ по одному прямому углу при G и E находящемуся и по одному равному углу, на пр. $\angle EAD = \angle GAD$ и сверьхъ того по общему боку, на пр. AB = AB, будетъ бокъ AE = AG и DE = DG. Равнымъ образомъ въ треугольникахъ CDF и CDG будетъ

детъ CF = CG, DF = DG, такожъ въ треугольникахъ BDF и BDE будетъ BF = BE, FD = ED.

3. Перпендикулярныя линеи DG, DF и DE равны между собою, по елику оныя въ разсужденіи круга не что иное суть, какъ полупоперешники тогожъ и одного круга (§ 79. геом.). И такъ весь Δ ABC раздѣленъ на три равиые треугольника ADB, ADC и BDC, въ которыхъ высоты суть одинакія, на пр. DE = DF = DG; почему всѣ сіи треугольники, вмѣстѣ взятые, равняются одному такому треугольнику, коего высота есть полупоперешникъ, то есть, ED = DF. = DG, а основаніе сумма трехъ боковъ, то есть, AB † BC † AC. Слѣдовательно треугольная плоскость равняется произведенію изъ половинной части трехъ боковъ, вмѣстѣ взятыхъ, на полупоперешникъ круга, въ оной начерченнаго (§. 338. геом.) ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXV.

ф.30. §. 85. Найти плоскость треугольника ABC; когда будутъ даны всѣ бока его.

РѢШЕНІЕ.

1. Начерти въ томъ треугольникѣ кругъ (§ 250. геом.).

2.

2. вымѣрявъ въ особливости каждой бокъ онаго по произвольному размѣру, сложи всѣ вмѣстѣ.

3. Половину сей суммы умножь на полупоперешникъ начерченнаго въ треугольникѣ круга, на пр. на ED, или GD и FD, опредѣленной по томужъ размѣру, произведенiе изъ того будетъ искомая плоскость даннаго треугольника (§. 338. геом.). Положимъ, что AC = $10\frac{1}{2}$ арш. AB = $9\frac{1}{2}$, BC = $12\frac{1}{2}$, полупоперешникъ ED, или GD = 3. арш. то

$10\frac{1}{2} + 9\frac{1}{2} + 12\frac{1}{2} = 32\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 16\frac{1}{4} \times 3 = 48\frac{3}{4}$ арш. искомая плоскость треугольника.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 86. Безъ чувствительной погрѣшности таже самая плоскость треугольника произойдетъ, когда найдешь оную геометрическимъ образомъ, то есть, умножая половину основанiя на высоту.

ТЕОРЕМА XI.

§. 87. Поверьхность треугольника ABC равняется квадратному радиксу, извлеченному изъ произведенiя, произшедшаго изъ умноженiя половинной суммы всѣхъ трехъ бо- ф. 31.

боковъ, вмѣстѣ взятыхъ, на произведеніе, произшедшее изъ умноженія разностей, какія между тѣми тремя боками и половинною суммою тѣхъ боковъ находятся.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что около круга начерченъ Δ ABC и проведены полупоперешники DE, DF и DG перпендикулярно къ AB, BC и AC, и линеи AD, BD и CD раздѣляютъ углы того треугольника на двѣ равныя части; положимъ также, что тангенсъ AE = AG, BE = BF, CF = CG, AI = CG, CK = AG, IH = CK, IL перпендикулярна къ AI, линея BL раздѣляетъ ∠ HBK на двѣ равныя части, также HL, LK, AL и CL равны между собою, то

1. BI = BK, по елику BE = BF, AE = AG = CK, AI = CG = CF.

2. BI есть половинная часть всѣхъ трехъ боковъ вмѣстѣ взятыхъ; то есть, $BI = \frac{1}{2}\, AB + BC + CA$; по елику BI содержитъ въ себѣ три части изъ тѣхъ шести, какія составляютъ полупоперешники, то есть, BE = BF, EA = AG, AI = CG; и какъ BK содержитъ въ себѣ другія три части, то есть, BF = BE, FC = CG, CK = AG; по чему BI = BK.

3. Троякая разность BE, EA, AI между тремя боками и половинною частію BI

сум-

суммы трехъ боковъ составляетъ BI; ибо BE есть разность между AC и BI, или между EI и BI; FA есть разность между BC и BI, по елику $BC = BI - AE$; AI есть разность между AB и BI. И такъ треугольная поверхность $ABC = \sqrt{BI \times BE \times AE \times AI}$, по тому что треугольники ILB и KLB суть равны между собою, по елику въ оныхъ $BI = BK$, $BL = BL$, такожъ $\angle IBL = \angle LBK$; слѣдовательно когда Δ IBL, по причинѣ прямаго угла, при I находящагося, есть прямоугольной, будетъ и Δ KBL также прямоугольной, по причинѣ прямагожъ угла, при K находящагося, и по тому $LK = IL$ будетъ перпендикулярна къ BKL. Равнымъ образомъ треугольники IHL и KLC суть равны между собою, по елику въ оныхъ $IL = LK$, $IH = KC$, такожъ $\angle HIL = \angle CKL$; слѣдовательно $LC = HL$ и $AH = AC$, и по тому два треугольника ALH и ALC суть равны между собою: слѣдовательно $\angle HAL = \angle CAL$, или $\angle IAL = \angle LAG$. И когда углы при E и G находящіеся суть прямые; то углы EDG и EAG, вмѣстѣ взятые, равняются двумъ прямымъ угламъ, по тому что во всякой четвеpобочной фигурѣ, на пр. AEDG всѣ четыре угла, вмѣстѣ взятые, составляютъ 360°; по чему два угла оной EDG и EAG, вмѣстѣ взятые равняются двумъ

EAG = и IAG, также вмѣстѣ взятымъ, и естьли съ обѣихъ сторонъ отнимешь по равному, или по общему углу EAG: то останутся равныя, то есть, ∠ EDG; = ∠IAG; слѣдовательно ∠ ADE половинная часть изъ EDG, равенъ ∠ IAL, половинной части изъ угла IAG, и по тому два треугольника AED и AIL суть подобны между собою и имѣетъ здѣсь мѣсто слѣдующая пропорція:

DE: EA = AI: IL

или DE × IL = EA × AI (§. 135. Ариѳ).

Когдажъ углы при E и I находящіеся суть прямые; то ED будетъ параллельна съ IL, и треугольники BDE и BLI будутъ подобны между собою; и по тому имѣетъ здѣсь мѣсто слѣдующая пропорція:

BE : ED = BI : IL

или BE : BI = ED : IL (§. 139. Ариѳ).

Но какъ пропорціи Геометрической предыдущей членъ къ своему послѣдующему содержится такъ, какъ квадратъ предыдущаго къ произведенію изъ предыдущаго на послѣдующей, то есть.

ED : IL = ED × ED : ED × IL

или ED: IL = ED^2 ED × IL

то будетъ BE: BI = ED^2 : ED × IL

но какъ ED × IL = AE × AI

то

то будетъ $BE : BI = ED^2 : AE \times AI$

или $BI \times ED^2 = BE \times AE \times AI$ (§. 135. Ариѳ.)

Приложивъ съ обѣихъ сторонъ по равному множителю, на пр. BI, будетъ

$BI \times ED^2 \times BI = BE \times AE \times AI \times BI$

или $BI^2 \times ED = BE \times AE \times AI \times BI$

Но какъ изъ $BI^2 \times ED^2$ радиксъ квадратной будетъ $BI \times ED$; то

$BI \times ED = \sqrt{BE \times AE \times AI \times BI^2}$

И такъ поверьхность треугольника ABC $= BI \times ED$. И по тому поверьхность треугольная ABC

$= \sqrt{BI \times BE \times AE \times AI^2}$. ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXVI.

§. 88. Найти поверьхность треугольную; когда будутъ даны всѣ три бока треугольной плоскости ABC

РѢШЕНIЕ.

1. Возьми половинную часть BI изъ суммы всѣхъ трехъ боковъ AB, BC, AC, вмѣстѣ взятыхъ. ф. 31.

2. Найди разности BE, AE и AI, какія находятся между тремя боками AB, BC, AC.

3. Половинною частiю BI умножь оныя разности, между собою умноженныя, на пр. $BI \times (BE \times AE \times AI)$.

4. По томЪ изЪ всего произведенія, то есть BI x BE x AE x AI извлеки квадратной радиксЪ, которой будетЪ искомая поверьхность треугольная.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ.

О практическихЪ задачахЪ.

ЗАДАЧА XXXVII.

§. 89. Найти, сколько градусовЪ будетЪ имѢть дуга FC; когда будутЪ даны обращенной синусЪ AB и прямой синусЪ BC,
Ф.32. общею мѢрою, а не частьми цѢлаго синуса опредѢленные.

РѢШЕНІЕ и ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

1. Поелику имѢетЪ здѢсь мѢсто слѢдующая пропорція:

AB : BC = BC : и по тому

2. BC умноживЪ само на себя, произведеніе изЪ того раздѢли на AB, и произойдетЪ четвертое пропорціональное число.

3. Оное число сложивЪ сЪ AB раздѢли на 2, и будетЪ извѢстенЪ полупоперешникЪ AD.

4. По томЪ вЪ прямоугольномЪ тре[illegible]икЪ DBC, поелику вЪ ономЪ сверьхЪ [illegible]го угла, при B находящагося, извѢстны

стны бока BC и DC, найди уголЪ чрезЪ слѣдующую посылку:

$$DC : \text{син. } \angle B = BC : \text{син. } \angle ADC$$

5. Поелику найденной $\angle$ ADC соотвѣтствуетЪ токмо дугѣ AC; то надлежитЪ взять оной вдвое, и произойдетЪ уголЪ вЪ градусахЪ соотвѣтствующій дугѣ FC; по тому что AC = AF. ПоложимЪ, что AB = 80, BC = 300: то

$$80 : 300 = 300$$
$$\underline{300}$$
$$80 \mid 90000 \mid 1125$$
$$80 = AB$$
$$2 \mid 1205 \mid 602\tfrac{1}{2} = AD = DC.$$

$$602\tfrac{1}{2} : 10000000 = 300$$
$$2.7795965 : 10.0000000 = 2.4771213$$
$$\underline{2.4771213}$$
$$12.4771213$$
$$\underline{2.7795965}$$
$$9.6975248 = 26^\circ + 29'$$
$$\underline{26^\circ + 29'}$$
$$52^\circ + 58' = FC.$$

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 90. Употребленіе сей задачи весьма нужно при сыскиваніи отрѣзка отЪ круга (§ 368. геом.).

ЗАДАЧА XXXVIII.

§. 91. Найти діагональныя линеи BD и BE въ прямолинейной фигурѣ ABCDE; когда въ оной будутъ даны всѣ бока и два угла o и y.

РѢШЕНІЕ

1. Надлежитъ принять въ разсужденіе Δ ABE, и по елику въ ономъ извѣстны
Ф.33. два бока AB и BE и при томъ ∠o; то можно будетъ найти ∠A чрезъ слѣдующую посылку:

AE : син. ∠o = AB : син. ∠u

2. Найденной ∠u сложивъ вмѣстѣ съ даннымъ o, вычти изъ 180°, останется ∠A.

3. Потомъ посылай:

Син. ∠O : AE = син. ∠A : BE

4. Равнымъ образомъ принявъ въ разсужденіе Δ BCD, и по елику въ ономъ извѣстны также два бока BC и DC и притомъ ∠y, найдешь и уголъ C чрезъ слѣдующую посылку:

CD : син. ∠y = BC : син. ∠m

5. Найденной ∠m сложивъ вмѣстѣ съ даннымъ y, вычти изъ 180°, останется ∠C.

6.

6. На конецъ посылай:

син. ∠y : CD = син. ∠C : BD

Положимъ, что AB = 18′, BC = 17′, CD = 20′, DE = 16′, AE = 19, ∠o = 55°, ∠y = 54°; то 19′: 55° = 18′.

1. 2787536 : 9. 9133645 = 1. 2552725

1. 2552725

11. 1686370

1. 2787536

9. 8898834 = 50° † 53′ = ∠u.

∠o = 55°
∠u = 50° † 53′
∠o † ∠u = 105° † 53′

179° † 60″
105° † 53′
74° † 7′ = ∠A

55° : 19 = 74° † 7′

9. 9133645 : 1. 2787536 = 9. 9830942

9. 9830942

11. 2618478

9. 9133645

1. 3484833 = 22 = BE.

20′: 54° = 17′

1. 3010300 : 9. 9079576 = 1. 2304489

1. 2304489

11. 1384065

1. 3010300

9. 8373765 = 43° † 26′ = ∠m

$\angle y = 54°$ $\quad\quad$ $179° + 60'$

$\angle m = 43° + 26'$ $\quad\quad$ $97° + 26'$

$\angle y + \angle m = 97° + 26'$ $\quad\quad$ $82° + 34' = \angle C$

$54° : 20' = 82° + 34'$

9. 9079576 : 1. 3010300 = 9. 8372791

9. 8372791

11. 1383091

9. 9079576

1. 2303515 = 17' = BD.

ЗАДАЧА XXXIX.

§. 92. Найти бока CD, DE и EA въ прямолинейной фигурѣ ABCDE; когда въ оной будутъ даны два бока AB и BC, Ф. 33 діагональныя линеи BE и BD и при томъ углы o, x и y.

РЕШЕНІЕ.

1. Когда въ треугольникѣ ABE извѣстны два бока AB и BE и притомъ $\angle o$, между тѣми боками заключающійся; то посылай.

AB + BE : AB — BE = танг. $\frac{1}{2}$ ($\angle u + \angle A$) : танг. $\frac{1}{2}$ ($\angle u - \angle A$.).

2. Найденную половинную разность приложи къ половинѣ суммы неизвѣстныхъ угловъ, и произойдетъ $\angle$ A, по елику оной противополагается большему боку; а когда въ треугольникѣ ABE стали из-

извѣстны быть два угла o и A: то будетъ извѣстенъ и третей уголъ u, естьли сумму угловъ o и A вмѣстѣ взятую вычтешь изъ 180°.

3. По томъ посылай:

Син. ∠ u : AB = син. ∠ o : AE

Равнымъ точио образомъ и въ прочихъ треугольникахъ BED и BCD находятся бока ED и DC.

Положимъ, что AB = 18, BC = 17, BE = 21, BD = 17, ∠ o = 55°, ∠y = 54° ∠ x = 71°; то.

180°
∠o = 55°
2 | 125 | 62° † 30′ = ½ (∠u † ∠A).

21†18 : 21 — 18 = 62° † 30′

то есть 39 : 3 = 62° † 30′

1. 5910646 : 0. 4771212 = 10. 2835233

10. 2835233
10. 7606445
1. 5910646
9. 1695799 = 8° † 24′ = ½(∠u -- ∠A).

62 † 30′	62° † 30′
8° † 24′	8° † 24′
70° † 54′ = ∠A	54° † 6′ = ∠u

54° † 6′ : 18 = 55° : AE

9. 9085073 : 1. 2552725 = 9. 9133645

9. 9133645

11. 1686370

9. 9085073

1. 2601297 = 18 = AE и проч.

ЗАДАЧА XL.

Ф. 33. §. 93. Найти діагональныя линеи BD и BE въ прямолинейной фигурѣ ABCDE; когда въ оной будутъ даны всѣ бока AB, BC, CD, DE и EA, и притомъ углы C и D.

РѢШЕНІЕ.

1. Когда въ треугольникѣ BCD извѣстны два бока BC и CD и уголъ C, между тѣми боками заключающійся; то посылай:

BC + CD : BC — CD = тан. $\frac{1}{2}$ ($\angle$o + $\angle$m) : танг. $\frac{1}{2}$ ($\angle$o — $\angle$m).

2. Найденную половинную разность не извѣстныхъ угловъ вычти изъ половины суммы оныхъ, и будетъ извѣстенъ $\angle$m, по елику оной противополагается меньшему боку, а когда $\angle$m вычтешь изъ $\angle$D; то останется $\angle$n

3. По томъ посылай:

Син. $\angle$m : BC = син $\angle$C : BD

Равнымъ образомъ и въ другомъ треугольникѣ BDE находится бокъ BE

Положимъ, что BC = 17, CD = 19, $\angle$C = 75° + 30′ $\angle$D = 97° + 58′: то

$$179^\circ + 60'$$
$$75 + 30$$
$$2 \mid 104^\circ + 30' \mid \quad 52^\circ + 15' = \tfrac{1}{2}\angle o + \angle m$$
$$17 + 19 : 19 - 17 = 52^\circ + 15' :$$

то есть, $36 : \quad 2 = 52^\circ + 15'$

$$1.\ 5563025 : \ 0.\ 3010300 = 10.\ 1111004$$
$$10.\ 1111004$$
$$10.\ 4121304$$
$$1.\ 5563025$$
$$8.\ 8558279 = 4^\circ + 6' = \tfrac{1}{2}\angle o + \angle m.$$

$$52^\circ + 15' \qquad\qquad 52^\circ + 15'$$
$$4^\circ + 6' \qquad\qquad 4^\circ + 6'$$
$$56^\circ + 21' = \angle o \qquad\qquad 48^\circ + 9' = \angle m$$

$$\angle D = 97^\circ + 58'$$
$$\angle m = 48^\circ + 9'$$
$$49^\circ + 49 = \angle n$$
$$48^\circ + 9' : 17 = 75^\circ + 30' : BD$$
$$9.\ 8720945 : 1.\ 2304489 = 9.\ 9859416$$
$$9.\ 9859416$$
$$11.\ 2163905$$
$$9.\ 8720945$$
$$1.\ 3442960 = 22 = BD \text{ и проч.}$$

ЗАДАЧА XLI.

§. 94 Найти діагональныя линеи AC, AD, BD и BE, и при томъ бока BC и AE; Ф.34.
когда въ оной будутъ даны углы o, x; y, e, также u и n и бокъ AB

РѢШЕНІЕ.

1. По елику въ треугольникѣ АВС извѣстны углы о и В = (е † и † n) и при томъ бокъ АВ; то углы о и В сложивъ вмѣстѣ, вычти изъ 180°, получишь въ остаткѣ ∠ АСВ.

2. По томъ посылай:

син ∠ АСВ : АВ = син. ∠ О : ВС

также син. ∠ АСВ : АВ = син. ∠ В : АС

3. Равнымъ бразомъ въ треугольникѣ АВD, по елику въ ономъ извѣстны углы о † х и е † и, и при томъ бокъ АВ, сложивъ оные углы вмѣстѣ, вычти изъ 180° и получишь ∠ АDВ.

4. Потомъ посылай:

син. ∠ АDВ : АВ = син. ∠ о † ∠ х ; ВD

также син. ∠ АDВ : АВ = син. ∠ е † ∠ и : АD.

5. Наконецъ въ треугольникѣ АВЕ, по елику въ ономъ извѣстны углы. А = о † х † у и е, такожъ бокъ АВ, сложивъ оные углы вмѣстѣ, вычти изъ 180° и получишь ∠ АЕВ; и такъ посылай:

син. ∠ АЕВ : АВ = син. ∠ е : АЕ.

также син. ∠ АЕВ : АВ = син. ∠ о † ∠ х † ∠ у: ВЕ.

Положимъ, что АВ = 18, ∠ А = ∠ о = 34° † 15′ ∠ х = 42° † 25′, ∠ у = 32° † 20′, ∠ В = ∠ е = 35° † 25′ ∠ и = 28° † 15′, ∠ n = 43° † 20′. то

$\angle o = 34^\circ + 15'$
$\angle e = 35^\circ + 25'$
$\angle u = 28^\circ + 15'$
$\angle n = 43^\circ + 20'$
$141^\circ + 15'$

$179^\circ + 60'$
$141^\circ + 15'$
$38^\circ + 45' = \angle ACB$

$38^\circ + 45' : 18 = 34^\circ + 15' : CB$

$9.7965212 : 1.2552725 = 9.7503579$

9.7503579

11.0056304

9.7965212

$1.2091092 = 16 = BC.$

$38^\circ + 45' : 18 = 107^\circ : AC$

По елику 107° въ таблицахъ синусовъ соотвѣтствующаго логариѳма не находится, то вмѣсто тѣхъ градусовъ принимаются градусы приличествующіе дополнительному углу, какъ на пр. въ семъ примѣрѣ изъ 180° вычтя 107° получишь градусы дополнительнаго угла 73°, которымъ въ таблицахъ синусовъ и пріискивать должно соотвѣтствующій логариѳмъ; и по тому на третьемъ мѣстѣ въ предложенномъ примѣрѣ будетъ занимать мѣсто пріисканной логариѳмъ соответствующій 73°. Ф.29

$9.7965212 : 1.2552725 = 9.9805963$

9.9805963

11.2358688

9.7965212

$1.4393476 = 27 = AC.$

$\angle o = 34^\circ + 15'$
$\angle x = 42^\circ + 25'$
$\angle e = 35^\circ + 25'$
$\angle u = 28^\circ + 15'$
$140^\circ + 20'$

$179^\circ + 60'$
$140^\circ + 20'$
$39^\circ + 40' = \angle ADB.$

$\angle o = 34^\circ + 15'$
$\angle x = 42^\circ + 25'$
$\angle o + \angle x = 76^\circ + 40'$

$39^\circ + 40' : 18 = 76^\circ + 40' : BD$
$9.8050385 : 1.2552725 = 9.9881329$
9.9881329
11.2434054
9.8050385
$1.4383669 = 27 = BD.$

$\angle e = 35^\circ + 25'$
$\angle u = 28^\circ + 15'$
$\angle e + \angle u = 63^\circ + 40'$

$39^\circ + 40' : 18 = 63^\circ + 40' : AD$
$9.8050385 : 1.2552725 = 9.9524188$
9.9524188
11.2076913
9.8050385
Φ.30. $1.4026528 = 25 = AD$

$\angle o = 34^\circ + 15'$
$\angle x = 42^\circ + 25'$
$\angle y = 32^\circ + 20'$
$\angle e = 35^\circ + 25'$
$144^\circ + 25'$

$179^\circ + 60'$
$124^\circ + 25'$
$35^\circ + 55' = \angle AEB.$

$$35^\circ + 35' \; 18 = 35^\circ + 25' : AE$$

$$9.\,7648384 : 1.\,2552725 = 9.\,7630671$$

$$\begin{array}{r} 9.\,7630671 \\ \hline 11.\,0183396 \\ 9.\,7648384 \\ \hline 1.\,2535012 \end{array} = 18 = AE.$$

$$\angle o = 34^\circ + 15'$$
$$\angle x = 42^\circ + 25'$$
$$\angle y = 32^\circ + 20' \qquad 180^\circ$$

$$\angle o + \angle x + \angle y = \angle BAE = 109^\circ \qquad \begin{array}{r} 109^\circ \\ \hline 71^\circ \end{array}$$

$$35^\circ + 35' : 18 = 71^\circ.$$

$$9.\,7648382 : 1.\,2752725 = 9.\,9756701$$

$$\begin{array}{r} 9.\,9756701 \\ \hline 11\;2309426 \\ 9.\,7648382 \\ \hline 1.\,4661044 \end{array} = 29 = BE.$$

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 95. во всѣхъ случающихся задачахъ ежели какой уголъ будетъ превышать 90° ; то всегда вмѣсто того должно употреблять градусы дополнительнаго угла ко 180°. На пр. требуется найти синусъ угла 97° † 56 ; то, по елику оной есть больше прямаго, и слѣдственно въ таблицахъ не находится такого, изъ 180° вычти 97° + 56′, остатокъ 82° + 24′ будетъ желаемой синусъ.

ЗАДАЧА XLII.

§. 96. Найти двухъ мѣстъ разстоянiе ВС, .35. изъ которыхъ ко обоимъ изъ одного третьяго, по изволенiю взятаго мѣста, на пр. А, подойти можно.

РѢШЕНIЕ.

1. Изъ точки А, по изволенiю взятой, проведши прямыя линеи АВ и АС, вымѣряй уголъ ВАС и линеи АВ и АС.

2. по томъ въ треугольникѣ АВС по даннымъ двумъ бокамъ АВ и АС и угломъ, между тѣми боками заключающимся ВАС можно будетъ найти сперва уголъ АВС (§. 81.), а по томъ и разстоянiе ВС (§. 73 и 74.).

ПРИМѢЧАНIЕ

§. 97. Линеи АВ и АС, почитаемыя боками въ треугольникѣ ВАС хотя точно, то есть, безъ всякой ошибки вымѣряны быть могутъ, но при измѣренiи угла ВАС удобно дѣлается погрѣшность или въ излишествѣ, или въ недостаточесвтѣ. И хотя мы такой уголъ съ ошибкою вымѣрянной въ выкладкахъ и употребляемъ, какъ справедливой; однако ни коимъ образомъ настоящаго измѣряемаго разстоянiя не находимъ. Чего ради о количествѣ ошибки, въ такомъ случаѣ удобно могущей послѣдовать, нѣчто здѣсь слѣдуетъ предложить.

ТЕОРЕМА XII.

§. 98. Ежели при измѣреніи угла BAC учинится хотя и небольшая ошибка, линеи жъ BA и AC точно вымѣряны будутъ; то въ такомъ случаѣ надлежитъ посылать: какъ количество дуги CD, измѣряющей погрѣшность угла CAD, содержится къ разности DE, какая находится между истиннымъ разстояніемъ BC и ложнымъ чрезъ выкладки найденнымъ BD, такъ будетъ содержаться цѣлой синусъ къ синусу угла BCA, противоположеннаго боку AB. Ф.36.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Естьли при измѣреніи угла BAC учинена будетъ такая ошибка, что отъ того произойдетъ уголъ BAD нѣсколько по больше; то по причинѣ равенства прямыхъ линей AC и AD по положенію, треугольникъ BAC перемѣняется въ другой BAD. Ибо изъ точки A разстворепіемъ циркула AC, такъ какъ полупоперешникомъ, начерченная дуга CD чрезъ точку D, по причинѣ равныхъ линей AC и AD, непремѣнно пройдетъ. И какъ уголъ CAD имѣетъ мѣрою нѣсколько токмо скрупуловъ; то небольшая дуга CD, измѣряющая тотъ уголъ, за прямую линею принята, и естьли содержаніе ея къ окружности извѣстно, такою жъ мѣрою опредѣлена быть можетъ, въ какой мѣрѣ данъ

бокЪ AC. По той же причинѢ изЪ центра B разствореніемЪ циркула BC начерченная дуга CE можетЪ принята быть за прямую линею, и по причинѢ равенства линей BC и BE, будетЪ ED разность, какая находится между истиннымЪ разстояніемЪ BC и ложнымЪ BD. И какЪ углы ACD, BCE и CED суть прямые: то BCE = ACD и потому BCA = ECD. И такЪ синусЪ цѢлой кЪ CD содержится такЪ, какЪ синусЪ ∠ ECD, и ∠ BCA по доказанному, кЪ ED, или какЪ синусЪ цѢлой содержится кЪ синусу ∠ BCA, такЪ CD кЪ ED (§ 31. Ариѳ.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 99. СлѢдовательно положивЪ туже погрѢшность CD, при измѢреніи ∠ A учиненную, погрѢшность ED, учиненная при измѢреніи разстоянія BC, бо́льшая будетЪ, естьли ∠ BCA произошелЪ большой: на противЪ того ме́ньшею погрѢшность почитать должно, когда показанной уголЪ произойдетЪ ме́ньшей.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2

§. 100. И потому мѢсто на пр. A, по изволенію взятое, всегда должно избирать такое, чтобЪ ∠ BCA могЪ вЪ ономЪ оставленЪ быть весьма острой; что самое удобно получить можно, естьли ∠ A будетЪ больше прямаго и бокЪ AC > AB.

ПРИ-

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 101. Когда ∠ BAD будетъ больше ∠ BMD; то въ такомъ случаѣ лучше избирать по изволенію мѣсто A ближайшее, нежели отдаленнѣйшее отъ измѣряемаго разстоянія.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 102. Впрочемъ явствуетъ изъ сего, что та практика есть точная, которая на однихъ линеяхъ, вымѣрянныхъ на полѣ, утверждается, когда въ означиваніи оныхъ, хотя какая погрѣшность и учинена въ количествѣ угловъ, никакой ошибки учинить не можно. По чему на сей конецъ и сообщенъ здѣсь нѣкоторой образецъ всего того, что въ разсужденіи точной Геометрической практики наблюдать должно, чтобъ показать чрезъ то, что точная теорія производитъ точную практику, и возбудить тѣхъ къ совершенному изученію теоріи, которые со временемъ имѣютъ упражняться въ практикѣ. Ибо обманываются всѣ тѣ, которые удостовѣряютъ себя въ томъ, яко бы чрезъ теорію не можно научиться извѣстнымъ обстоятельствамъ, наблюдаемымъ при точной практикѣ до тѣхъ поръ, пока самъ дѣйствительно не будешь упражняться въ оной. Но сіе предразсужденіе ихъ

по большей части зависитъ токмо отъ того, что они обстоятельства, наблюдаемыя въ практикѣ, понимаютъ сбивчиво, которыя чрезъ теорію опредѣляются точно и объясняются подробно.

ТЕОРЕМА XIII.

§. 103. Ежели при измѣреніи разстоянія AB изъ двухъ угловъ A и ACB вмѣстѣ съ бокомъ AC учинена будетъ погрѣш-
Ф.37. ность при измѣреніи одного токмо угла ACB; то въ такомъ случаѣ дуга BE, измѣряющая погрѣшность, при измѣреніи угла BCD учиненную, къ разности BD, какая находится между истиннымъ разстояніемъ AB и ложнымъ AD, будетъ содержаться такъ, какъ синусъ третьяго угла O, разстоянію станцій AC противоположеннаго, къ синусу цѣлому.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Сіе само чрезъ себя явствуетъ, что въ семъ случаѣ ложное разстояніе, чрезъ выкладки произведенное AD на одной и непрерывной линеѣ находится съ истиннымъ AB; слѣдовательно бокъ CD, опредѣляющій ложный уголъ ACD, пересѣкаетъ истинное разстояніе въ настоящемъ случаѣ произведенное въ D. По чему изъ центра C полупоперешникомъ CB надлежитъ начертить дугу BE, измѣряющую

по

погрѣшность угла BCD; и какъ сія дуга по положенію состоитъ изъ нѣсколькихъ токмо минутъ; то она за прямую линею принята быть можетъ. И по тому, когда углы BED и CBE суть прямые, будутъ углы o и u, такожъ u и x, вмѣстѣ взятые, равны прямому; слѣдовательно, когда $o+u=x+u$, будетъ $o=x$ (§ 36. Ариѳ.). И такъ, какъ синусъ ∠ x, или синусъ ∠ o, по доказанному, содержится къ дугѣ BE, такъ будетъ содержаться цѣлой синусъ къ BD. Слѣдовательно BE къ BD содержится такъ, какъ синусъ ∠ O къ цѣлому синусу (§. 31. Ариѳ.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ. 1.

§. 104. Когда синусъ ∠ O имѣетъ большее содержаніе къ цѣлому синусу, естьли онъ бываетъ большимъ, а не меньшимъ; то положивъ туже погрѣшность, при измѣреніи угла ACB учиненную, то есть, дугу BE, меньшая погрѣшность BED произойдетъ при измѣреніи разстоянія, когда ∠ o будетъ большой, а не меньшой.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 105. Изъ чего явствуетъ, что въ семъ случаѣ должно избирать такую станцію между A и C, чтобъ углы A и C были гораздо косые, а уголъ o близко подходилъ къ прямому углу; и сіе удобно по-

 лу-

лучить можно, естьли углы A и C, вмѣстѣ взятые, малымъ чѣмъ будутъ превышать прямой уголъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 106. Когда тупые углы имѣютъ одинакой синусъ съ острыми углами (§. 8.); того ради, естьли они будутъ гораздо больше прямаго, въ такомъ случаѣ все равно, хотя ∠ o и будетъ весьма острой. Есть ли жъ ∠ o при избраніи станцій, будетъ потребенъ тупой; то оной малымъ чѣмъ долженъ превышать прямаго; и потому углы A и C, вмѣстѣ взятые, малымъ чѣмъ меньше прямаго должны быть.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 107. Естьли ∠ o будетъ прямой; то дуга BE будетъ сходствовать съ BD, и слѣдовательно погрѣшности при измѣреніи разстоянія учиненой равная; когда она чрезъ полупоперешникъ CB опредѣлится такою жъ мѣрою, въ какой дано и растояніе станцій AC.

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 108. Слѣдовательно, положивъ туже погрѣшность, при измѣреніи угла C учиненную, какая учинена и при измѣреніи разстоянія, погрѣшность будетъ весьма малая, когда уголъ o будетъ прямой.

ТЕ-

ТЕОРЕМА XIV.

§. 109. Естьли при измѣреніи разстоянія, между двумя мѣстами находящагося AB, изъ двухъ угловъ A и C и одного бока AC, будетъ учинена погрѣшность и при измѣреніи другаго угла A, кромѣ той, какая учинена была при измѣреніи угла C; то въ такомъ случаѣ дуга DI, измѣряющая погрѣшность, учиненную при измѣреніи угла A, и начерченная разствореніемъ AD, имѣющимъ одну примѣшенную погрѣшность, какъ бы полупоперешникомъ, ф. 37. къ погрѣшности, при измѣреніи разстоянія произведенной IH будетъ содержаться такъ, какъ синусъ третьяго угла C, количествомъ первой погрѣшности не уменшеннаго, къ дополнительному его синусу.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Естьли AH будетъ дана въ прямомъ положеніи, къ которой, по причинѣ погрѣшности, при измѣреніи угла A учиненной, и разстояніе AB продолжается; то прямую линею CD, опредѣляющую первую погрѣшность m должно продолжить до тѣхъ поръ, пока она не соединится въ точкѣ H; почему AH будетъ разстояніе, изъ учиненой двойной погрѣшности m и K состоящее. И такъ разствореніемъ AD имѣющимъ одну примѣшенную погрѣшность, такъ какъ полупоперешникомъ, на-

чертивъ дугу DI, измѣряющую погрѣшность K, будетъ она какъ къ AD, такъ и къ AI перпендикулярна; слѣдовательно углы DIH и ADI суть прямые. И какъ дуга DI состоитъ изъ немногихъ минутъ, то она можетъ принята быть за прямую линею. Изъ чего явствуетъ, что и здѣсь, какъ въ предыдущемъ доказательствѣ, будетъ $y = x = o - m$. Синусъ же ∠ y къ DI содержится такъ, какъ синусъ ∠ z къ IH, или какъ DI къ IH, такъ синусъ ∠ y къ синусу угла z, (§. 31. Ариѳ.), или къ дополнительному синусу угла y. ч. н. д.

ЗАДАЧА XLIII.

§. 110. Найти разстоянiе, между двумя
Ф.38. мя мѣстами N и P находящееся, изъ которыхъ къ обоимъ подойти можно, другимъ образомъ.

РѢШЕНIЕ

1. Выбравъ по изволенiю мѣсто O, проведи къ оному отъ мѣста N подъ прямымъ угломъ линею NO и отъ O къ мѣсту P прямуюжъ линею OP, и будетъ ∠ONP прямой, а ∠NOP вымѣрять можно.

2. По томъ по двумъ даннымъ угламъ NOP и ONP сыскавъ третей уголъ NPO, и вымѣрявъ разстоянiе ON, посылай:

Син. ∠NPO : ON = син. ∠NOP : NP.

Положимъ, что ∠NOP = 50° + 51′, разстоянiе ON = 35; то будетъ 9.

9. 8002721 : 1. 5440680 = 9. 8895794
9. 8895794

11. 4336474
9. 8002721

1. 6333753 сему логариѳму соотвѣтствующій сходственный логариѳмъ находится въ простыхъ числахъ противъ числа 45; по чему будетъ и искомое разстояніе NP = 45′.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 111. Ежели на одной и той же линеѣ будутъ даны многія мѣста для измѣренія изъ одного по изволенію взятаго мѣста O; то въ такомъ случаѣ ко всѣмъ онымъ наведши мишени, вымѣряй углы POQ, QOR и ROS, такожъ проведи линеи OQ, OR и OS, и оныя вымѣрявъ, посылай:

син. ∠PQO : OP : син. ∠POQ : PQ
син. ∠PQO : OP := син. ∠OPQ : OQ
син. ∠ORQ : OQ := син. ∠ROQ : RQ
син. ∠ORQ : QQ := син. ∠OQR : OR
син. ∠RSO : OR : = син. ∠ROS : RS.

ЗАДАЧА XLIV.

§. 112. Найти разстояніе, между двумя мѣстами находящееся VT, изъ которыхъ ни къ одному подойти не можно. Ф. 39.

РѢШЕНІЕ.

1. Выбравъ по изволенію двѣ станціи X и Z, въ первой изъ оныхъ поставивъ астро-

астролабїю, наведи мишени, при оной находящїяся, на мѣста V и T, и будетъ извѣстенъ ∠TXV = 97° + 10′

2. Наведи также мишени на мѣсто V и на означенную вторую станцїю Z, и будетъ извѣстенъ ∠VXZ = 43 + 32′.

3. Перенесши Астролабїю въ другую станцїю, наведи также мишени сперва на мѣста V и I, и будетъ извѣстенъ ∠TZV = 75° + 32′, по томъ на мѣсто T и на означенную первую станцїю X, и будетъ также извѣстенъ ∠TZX = 24° + 45′.

4. По томъ разстоянїе между станцїями, по изволенїю взятыми, находящееся XZ вымѣрявъ, которое на пр. будетъ = 60, посылай:

Син. ∠ XTZ : XZ = син. ∠ TXZ : TZ
14° + 33′ : 60 = 140° + 42,

9. 4000625 : 7781512 = 9. 8016649 : 2. 1797536. Сему логариѳму соотвѣтствующїй сходственный логариѳмъ находится въ таблицѣ простыхъ чиселъ противъ числа 152; по чему будетъ и TZ = 152.

также син. ∠ XVZ : XZ = син : ∠VXZ : ZV
36° + 11′ : 60 = 43° + 32′

9. 7711249 : 1. 7781512 = 9, 8380783; 1. 8451056. Сему логариѳму соотвѣтствующїй сходственный логариѳмъ находится

въ

вЪ таблицѢ простыхЪ чиселЪ противЪ числа 70; почему будетЪ и ZV = 70.

На конецЪ вЪ треугольникѢ TZV при извѢстномЪ углѢ TZV сыскавЪ два бока TZ и ZV, посылай:

TZ † ZV: TZ — ZV = танг. $\frac{1}{2}$ (∠ TVZ + ∠VTZ): танг. $\frac{1}{2}$ (∠ TVZ — ∠ VTZ).

222 : 82 = 52° † 14'

3. 3463530 : 1. 9138138 = 10. 1108395 : 9. 6783003. Сему логариѳму соотвѢтствующій сходственный логариѳмЪ находится вЪ столбцѢ тангенсовЪ противЪ 25° † 28'; по чему будетЪ и половинная разность не извѢстныхЪ угловЪ = 25° † 28'.

СыскавЪ же половинную разность не извѢстныхЪ угловЪ вЪ треугольникѢ TZV, найдешь и углы, на пр. TVZ = 77° + 4', и VTZ = 26° + 46' (§. 80 и 81), посылая:

син. ∠ TVZ : TZ = син. ∠ TZV : TV

1. 9899148 : 2. 1797536 = 9. 9860069 : 2. 1758457. Сему логариѳму соотвѢтсвующій сходственный логариѳмЪ находится вЪ таблицѢ простыхЪ чиселЪ противЪ числа 150; по чему будетЪ и искомое растояніе TV = 150.

ЗАДАЧА XLV.

§. 113. Найти разстояніе, между двумя мѢстами находящееся AB, изЪ которыхЪ Ф.40

рыхъ ни къ одному близко подойти не льзя; но, нѣсколько отступя назадъ, вымѣрять оное можно.

РѢШЕНIЕ.

Положимъ, что къ мѣстамъ A и B ближе ни съ которой стороны подойти не можно, какъ токмо въ C, и отъ сего мѣста назадъ отступить далѣе D не дозволяется за нѣкоторыми препятствiями: то въ такомъ случаѣ надлежитъ поступать слѣдующимъ образомъ:

1. Поставивъ надлежащимъ образомъ астролабiю въ C, найди углы ACB = 118° + 30′, BCD = 124°, DCA = 117° † 30′, и притомъ вымѣряй между C и D находящееся разстоянiе CD = 26.

1. Перенесши астролабiю въ D, также вымѣряй углы CDA = 46° † 47′, CDB = 39° † 52′, и потомъ посылай:

син. ∠ CAD : DC = син. ∠ ADC : AC.

9. 4327777 : 1. 4149733 = 9. 8625902 : 1. 8447858. Сему логариѳму соотвѣтствующiй сходственный логариѳмъ находится въ простыхъ числахъ противъ числа 70; по чему будетъ и AC = 70.

также син. ∠ CBD : CD = син. ∠ CDB : CB

9. 4481909 : 1. 4149733 = 9. 8062544 : 1. 7730368 = 60. По чему и CB = 60.

Потомъ. син. ∠ CAB : CB = син. ∠ ACB : AB

9.

9. 6735047 : 1. 7781512 = 9. 8438985 : 2. 0485450 = 112. По чему и AB = 112.

ЗАДАЧА XLVI.

§. 114. Найти разстоянiе, между двумя неприступными мѣстами находящееся FE, другимъ образомъ. ф.41.

РѢШЕНIЕ.

1. По елику рѣшатся удобнѣе прямые углы; то избравъ по изволенiю станцiю въ G, означь отъ оной подъ прямымъ угломъ въ обѣ стороны произвольной длины линеи GI и GH равныя, или не равныя; но здѣсь взяты равныя, то есть по 20 саженъ, или аршинъ.

2. Поставивъ астролабiю въ I и H, найди углы GIE = 71° + 34′, GHF = 66° † 30′, и потомъ посылай:

син. ∠ GEI : GI = син. ∠ EIG : EG

9. 4999633 : 1. 3010300 = 9. 9771253 : 1. 7787920 = 60; по чему будетъ и FG = 60. также син. ∠GFH : GH : = син. ∠GHF : GF

9. 6001881 : 1. 3010300 = 9. 9623978 : 1. 6633098 = 46; по чему будетъ и GF = 46; Потòмъ EG † GF : EG — GF = танг. $\frac{1}{2}$ (∠EFG † ∠GEF) : танг. $\frac{1}{2}$ (∠EFG — ∠GEF), то есть, 106 : 14 = 90°

2. 0253059 : 1. 1461280 = 10. 0000000 : 9. 1208121 = 7° + 31′; по чему будетъ и $\frac{1}{2}$ ∠EFG — ∠GEF = 7° † 31. И такъ будутъ углы

EFG = 52° + 31′, GEF = 37° + 29′ (§. 80 и 81.). На конецъ син. ∠GEF: GF = син. ∠EGF: EF

9. 7842824: 1. 6627578 = 10. 0000000: 1. 8784754 = 76; по чему будетъ и EF = 76.

ЗАДАЧА XLVII.

§. 115. Найти разстоянiе, между двумя не приступными мѣстами находящееся AB,
Ф.42. другимъ образомъ.

РѢШЕНIЕ.

1. Выбравъ по изволенiю способное мѣсто, на пр. въ C, и поставивъ въ ономъ астролябiю, найди углы ACB и BCE.

2. Отъ C въ обѣ стороны по прямой линеѣ означь по изволенiю линеи CD и CE

3. Потомъ сумму угловъ ACB и BCE вычти изъ 180°, останется ∠ACD; также сумму угловъ BCE и CEB вычти изъ 180°, останется ∠CBE, и притомъ сумму угловъ ACD и ADC вычти изъ 180°, останется ∠DAC. Итакъ

4. Въ треугольникахъ DAC и CBE при извѣстныхъ углахъ съ однимъ бокомъ, на пр. въ первомъ DC, а въ другомъ CE, можно будетъ найти AC и CB.

5. На конецъ въ треугольникѣ ACB при найденныхъ двухъ бокахъ AC и CB съ угломъ, между оными находящимся, можно будетъ найти сперва ∠CAB, или ∠CBA, и потомъ искомое разстоянiе BA.

ЗА-

ЗАДАЧА XLVIII.

§. 116. Найти высоту AB, къ которой подойти можно. Ф. 43.

РѢШЕНІЕ.

1. Выбравъ по изволенію мѣсто E, и въ ономъ надлежащимъ образомъ поставивъ астролабію, найди ∠ADC

2. Вымѣряй разстояніе отъ мѣста E, по изволенію взятаго, простирающееся до самой высоты EB. И такъ

3. Въ прямоугольномъ треугольникѣ ABE при извѣстныхъ углахъ съ однимъ бокомъ EB, можно будетъ найти и AB (§. 63.), къ чему потомъ всегда надлежитъ прикладывать высоту астролабіи, которую показываетъ отвѣсъ, привѣшенной между ножками онаго.

Положимъ, что BE = 48, ∠BAE = 25° + 12′, ∠BEA = 64° + 48′; то

Син. ∠BAE : BE = син. ∠BEA : AB

9. 6291845 : 1. 6020600 = 9. 9565656 : 1. 9294411 = 85; по чему будетъ и AB = 85, къ чему потомъ когда приложится длина отвѣса, то будетъ вся высота извѣстна.

ТЕОРЕМА XV.

§. 117. Ежели при измѣреніи приступной высоты будетъ учинена погрѣшность на пр. въ количествѣ угла A; то въ такомъ случаѣ истинная высота BD къ ложной BC будетъ содержаться такъ, какъ тангенсъ истиннаго угла DAB къ танген су ложнаго угла CAB.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Естьли линея AB возмется за цѣлой синусъ; то будетъ DB тангенсъ $\angle DAB$, а CB будетъ также тангенсъ $\angle CAB$. И такъ высоты BD и BC содержатся между собою, какъ тангенсы угловъ DAB и BAC. Равнымъ образомъ доказывается, когда ложной уголъ будетъ меньше истиннаго.

ПРИБАВЛЕНІЕ. 1.

§. 118. Поелику положивъ тоже количество истиннаго угла и ложнаго, одинакое содержаніе будетъ имѣть истинная высота къ ложной; то погрѣшность дѣлается большая при измѣряніи большей высоты; нежели меньшей.

§. 119. Поелику тангенсы большихъ дугъ, то есть, близко подходящихъ къ 90°, и весьма малыхъ, то есть, сходственныхъ едва токмо съ одною минутою, имѣютъ между собою меньшее содержаніе, нежели тангенсы посредственныхъ дугъ, то есть, близко подходящихъ къ 45°; то естьли погрѣшность одинакая учинена будетъ при измѣреніи большаго угла, или весьма малаго и посредственнаго, погрѣшность при измѣреніи высоты учиненная въ первомъ случаѣ будетъ большая, нежели въ послѣднемъ. Положимъ, что истинной уголъ DAB = 30°, AB = 67′; то будетъ истинная высота = 386.″ Положимъ также

же, что ложной уголъ BAC = 31°; то будетъ ложная высота BC = 402″. Пусть будетъ въ меньшемъ разстояніи BE уголъ DEB близко къ прямому подходящій, то есть, = 86° и положимъ, что ошибкою взятъ уголъ = 87°; то ложная высота будетъ найдена = 516, которая ложнуюжъ выше сего найденную превышаетъ 114″.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 120. По елику въ меньшемъ разстояніи на пр. EB уголъ E бываетъ больше, нежели ∠DAB, какой находится въ большемъ разстоніи на пр. AB, въ растояніижъ весьма отдаленномъ съ трудностію количество угла весьма малаго точно опредѣляется; того ради при измѣреніи высотъ разстояніе станцій отъ высоты должно брать посредственное и такое, чтобъ уголъ DEB малымъ чѣмъ разнствовалъ отъ половины прямаго угла.

ТЕОРЕМА XVI.

§. 121. Ежели инструментъ, то есть, астролабію, или столикъ, не горизонтально утвердишь въ точкѣ на пр. A, такъ что оной или количествомъ угла BAD будетъ наклоненъ къ горизонту, или количествомъ угла EAB отъ онаго удаленъ; то въ такомъ случаѣ истинная высота къ ложной будетъ содержаться такъ, какъ тангенсъ истиннаго угла CAB къ тангенсу ложнаго угла CAD.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ибо, AB взявъ за полупоперешникъ, CB будетъ тангенсъ истиннаго угла CAB; слѣдовательно надлежитъ посылать: какъ синусъ цѣлой содержится къ тангенсу ∠ CAB, такъ будетъ содержаться AB къ истинной высотѣ. Дѣлаетсяжъ посылка чрезъ ошибку такимъ образомъ: какъ синусъ цѣлой къ тангенсу ∠ CAD, такъ AB къ ложной высотѣ. И по тому какъ тангенсъ ∠ CAB къ тангенсу ∠ CAD, такъ истинная высота къ ложной. Тоже и такимъ же образомъ доказывается, естьли инструментъ количествомъ угла EAB удалится отъ горизонтальнаго положенія. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ

§. 122. Изъ чего явствуетъ, что точныя высоты не находятся по причинѣ двоякой погрѣшности, происходящей изъ ложнаго положенія какъ линеи AC, такъ и линеи AB.

ЗАДАЧА XLIX.

§. 123. Найти нѣкоторую токмо часть приступной высоты.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что дана высота FD, къ
ф.46. которой подойти можно, и требуется
найти токмо часть ея ED; то.

1. Выбравъ по изволенію мѣсто G, и въ ономъ поставивъ астролабію, найди сперва ∠ FGD = 65° † 34′, котораго дополнительной уголъ будетъ FDG = 24° † 26′; по томъ найди ∠ FGE = 55° † 57′, котораго также дополнительной уголъ будетъ FEG = 34° † 3′.

2. Наконецъ вымѣрявъ разстояніе GF = 50, посылай:

Син. ∠ FDG : FG = син. ∠ FGD : FD

9. 6166164 : 1. 6989700 = 9. 9592528 : 2. 0416064 = 110; почему будетъ и FD = 110:

Также син. ∠ FEG : FG = син. ∠ FGE : FE

9. 7481230 : 1. 6989700 = 9. 9183183 : 1. 8691653 = 74; по чему будетъ и FE = 74. Итакъ 110 — 74 = 36 = ED.

ЗАДАЧА L.

§. 124. Вымѣрять приступную высоту, находящуюся въ лощинѣ, съ холму противоположеннаго оной

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что требуется вымѣрять высоту дерева, въ лощинѣ стоящаго, IM, Ф.47.
съ холму К противоположеннаго оному; то

1. Отъ самаго корня I того дерева по пологости холма до мѣста K, на томъ холму избраннаго, означивъ прямую линею IK, вымѣряй оную, которая, положимъ, будетъ = 36.

2. Въ K поставивъ астролабїю перпендикулярно, вымѣряй $\angle IKL = 53° + 2'$, также $\angle IKM = 104° + 44'$

3. По елику линѣи IM и KL, какъ перпендикулярныя къ горизонту, суть параллельны между собою, и лилея IK пересѣкаетъ оныя; то будетъ $\angle MIK = \angle IKL$ = (§ 191. геом). По чему $104° + 44'$ сложивъ съ $53° + 2'$, произшедшую изъ того сумму $157° + 46'$ вычти изъ $180°$, въ остаткѣ будетъ $22° + 14' = \angle IMK$, по томъ посылай:

Син. $\angle IMK : IK =$ син. $\angle MKL : IM$.

9. 5779275: 1. 5563025 = 9. 9854803: 1. 9638553 = 92; по чему будетъ и IM = 92.

ЗАДАЧА LI.

§. 125. Вымѣрять приступную высоту, стоящую на холму.

РѢШЕНIЕ.

Положимъ, что требуется вымѣрять
Ф. 47. высоту MN дерева, на холму стоящаго; то

1. Отъ самаго корня N того дерева до мѣста o, по изволенїю взятаго, означивъ прямую линею NO, вымѣряй оную, на пр. = 38.

2. Въ O поставивъ инструментъ, наведи мишени приономъ находящїяся, на N и M, и будетъ извѣстенъ $\angle NOM = 45° + 17'$.

3. По томъ тотъже инструментъ поставивъ перпендикулярно, замѣть ∠ MOP = 25° † 3′. И поелику линеи NM и OP, какъ перпендикулярныя къ горизонту, суть параллельны между собою, и линея OM пересѣкаетъ оныя; то будетъ ∠ NMO = ∠ MOP (§. 191. геом.), и слѣдовательно можно посылать:

син. ∠ NMO : NO = син. ∠ NOM : MN

9. 6262191 : 1. 5797836 = 9. 8516220 : 1. 8051865 = 64; по чему будетъ и MN = 64.

ЗАДАЧА LII.

§. 126. Вымѣрять нѣкоторую токмо часть приступной высоты съ наклоненной плоскости.

РѢШЕНIЕ

Положимъ, что дана высота RQ, и требуется вымѣрять токмо часть ея QV; то Ф. 49.

Отъ R до S разстоянiе RS = 32, и чрезъ астролабiю ∠ RSV = 59° † 19′, такожъ ∠ VSQ = 18° † 25′ и ∠ QST = 31° † 25′ вымѣрявъ, сложи всѣ углы вмѣстѣ, и сумму оныхъ = 109° † 9′ вычти изъ 180°, въ остаткѣ будетъ ∠ VRS = 70° † 41′, потомъ посылай:

Син. ∠ RVS : RS = син. ∠ VRS : VS

9. 8831908 : 1. 5051500 = 9. 9752769 : 1. 5972361 = 39; по чему будетъ и VS = 39:

Также син. ∠ VQS : VS = син. VSQ : VQ

9. 7170526 : 1. 5972361 = 9. 4995840. 1. 3797675 = 24; по чему будетъ и VQ = 24.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 127. Во второй посылкѢ на первомЪ мѢстѢ поставленной синусЪ угла VQS есть не неизвѢстной; ибо оной, по причинѢ линеи RQ и ST перпендикулярныхЪ кЪ горизонту, и потому параллельныхЪ между собою, которыя третіею QS пересѢкаются, равенЪ углу QST (§. 191. геом.).

ЗАДАЧА LIII.

§. 128. ВымѢрять неприступную высоту AB

РѢШЕНІЕ.

1. ВыбравЪ по изволенію два мѢста E и G, одно поближе кЪ измѢряемой высотѢ, а другое подалѢ отЪ оной, вымѢряй разстояніе, между оными находящееся EG, которое на пр. будетЪ = 22.

2. ПоставивЪ инструментЪ вЪ G, вымѢряй ∠ AGB = 70° + 21′.

3. По томЪ перенесши истртрументЪ вЪ E, вымѢряй ∠ AEB = 63° + 26′. которой противЪ перваго угла, что вЪ первомЪ мѢстѢ вымѢрянЪ, будетЪ меньше, по тому что далѢе отступлено отЪ измѢряемой высоты.

4. По елику ∠ AGE = ∠ ABG + ∠ BAG (§. геом.); то онЪ будетЪ имѢть мѢрою 109° + 39′. и по тому ∠ GAE = 6° + 55′. ИтакЪ посылай:

Син. ∠ GAE : EG = син. ∠ AEB : AG

9. 0807189 : 1. 3010300 = 9. 9515389 : 2. 1718500 = 149; по чему будетъ и AG = 149.

По томъ син. ∠ ABG : AG = син. ∠ AGB : AB

10. 0000000 : 2. 1718500 = 9. 9739422 : 2. 1457922 = 140; по чему будетъ и AB = 140.

ЗАДАЧА LIV.

§. 129. Вымѣрять нѣкоторую токмо часть неприступной высоты.

РѢШЕНIЕ

Положимъ, что дана неприступная высота EF, и требуется вымѣрять токмо часть ея GF; то Ф. 51.

1. Выбравъ по изволенiю два мѣста H и I, вымѣряй разстоянiе, между оными находящееся HI = 30.

2. Поставивъ инструментъ въ H, вымѣряй ∠ EHG = 60° † 51′, такожъ ∠ EHF = 67° † 36′.

3. Потомъ пересши инструментъ въ I, вымѣряй ∠ HIG = 45° † 49′, такожъ ∠ HIF = 54° † 11′; прочеежъ можетъ извѣстно быть изъ предыдущихъ на пр: углы HFI = 13° † 25′, FHI = 112° + 24′, FGI = 135° † 59′, GIF = 8° + 12′. И такъ посылай;

Син. ∠ HFI : HI = син. ∠ FHI : FI

9. 3655458 : 1. 4771212 = 9. 9659285 : 2. 0775039 = 120; по чему будетъ и FI = 120.

также син. ∠ FGI : FI = син. ∠ GIF : GF
9. 8419021 : 2. 0775039 = 9. 1542076 : 1. 3898094 = 25 ; по чему будетъ и GF = 25.

ЗАДАЧА LV.

§. 130. Вымѣрять неприступную высоту съ другой высоты.

РѢШЕНІЕ

Положимъ, что дана высота KL, которую вымѣрять должно съ другой меньшей
Ф.52. высоты MN = 16 ; то

1. Поставивъ инструментъ въ N перпендикулярно къ горизонту, вымѣряй уголъ KNM = 72° + 25′.

2. По томъ неведши мишени на L и K, вымѣряй уголъ LNK = 75° + 45′. Итакъ посылай:

Син. ∠ MKN : MN = син. ∠ KMN : KN

9. 4841200 : 1. 2041200 = 10. 0000000
1. 7200000 = 53; по чему будетъ и KN = 53.
также син. ∠ KLM : KN = син. ∠ KNL: KL

9. 7242099 : 1. 7200000 = 9. 9864273 : 1. 9822174 = 96 ; по чему будетъ и KL = 96.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 131. Такимъ же образомъ надлежитъ поступать, когда меньшая высота вымѣряется съ большей высоты.

ЗА-

ЗАДАЧА LVI.

§. 132. ВымѢрять неприступную высоту сЪ пологости горы.

РѢШЕНІЕ

ПоложимЪ, что требуется вымѢрять высоту дерева ST; то

1 ВыбравЪ на пологости горы два такія мѢста X и V, изЪ которыхЪ бы можно было видѢть верьхЪ и самой корень того дерева, и вЪ первомЪ изЪ оныхЪ мѢстѢ X поставивЪ инструментЪ перпендикулярно кЪ горизонту, вымѢряй ∠ TVY = 30° + 48′, которому, по причинѢ перпендикулярныхЪ линей ST и VY и потому параллельныхЪ между собою, будетЪ равенЪ ∠ STV (§ 191.) геом. Ф.53.

2. ИмѢя вЪ томЪ же мѢстѢ поставленной инструментЪ, вымѢряй углы TVS = 82° + 49′, и SVX = 108° + 13′.

3. Перенесши инструментЪ вЪ другое мѢсто V, вымѢряй ∠ VXS = 49° + 28′, которой будучи сложенЪ сЪ угломЪ SVX = 108° + 13′, покажетЪ сумму = 157° + 41′.

4. Наиденную сумму 157° + 41′ вычти изЪ 180°, получишь для угла VSX = 22° + 19′.

5. НаконецЪ вымѢрявЪ растояніе, между двумя мѢстами по изволенію взятыми находящееся VX = 30, посылай:

Син. ∠ VSX : XV = син. ∠ SXV : SV

9. 5825295 : 1. 4771212 = 9. 8808296 : 1. 7754113 = 60; по чему будетъ и SV = 60.

также Син. ∠ STV : SV = син. ∠ SVT : ST

9. 8062544 : 1. 7754113 = 9. 9965937 : 1, 9657506 = 93; по чему будетъ и ST = 93.

ЗАДАЧА LVII.

§. 133. Вымѣрять неприступную высоту, на горѣ стоящую, съ другой высоты, также на горѣ находящейся.

Поелику для всякой тригонометрической выкладки всегда потребенъ бываетъ одинъ бокъ; того ради положимъ здѣсь, что извѣстна высота AB = 10. И такъ.

1. Поставивъ инструмеитъ въ B, вы-
Ф.54. мѣряй ∠ ABE = 71° † 34′, такожъ ∠ ABD = 50° † 12′.

2. Потомъ поставивъ инструментъ въ A, вымѣряй ∠ CAE = 80° † 32′, такожъ ∠ CAD = 56° † 19′.

3. Уголъ CAE = 80° † 32′ вычти изъ 180°, останется ∠ BAE = 99° ⊹ 28; по чему будетъ ∠ AEB = 8° † 58′. На конецъ посылай: син. ∠ AEB : AB = син. ∠ ABE : AE

9. 1927342 : 10. 0000000 = 9. 9771253 : 1. 7843911 = 61.; по чему будетъ и AE = 61.

Та-

ТакожЪ син. $\angle$ ADE : AE = син. $\angle$ DAE : DE
9. 9201836 : 1. 7843911 = 9. 6129833 : 1. 4771908 = 30; по чему будетЪ и DE = 30.

ЗАДАЧА LVIII.

§. 134. ВымЂрять высоту, коей основанія не видно ни сЪ какого мЂста.

РЂШЕНІЕ.

ПоложимЪ, что требуется вымЂрять высоту пирамиды, коей основаніе застЂняютЪ кусты и деревья, и кЪ ней ни подойти ближе, ни отступить отЪ оной далЂе не льзя, какЪ токмо сЪ одной стороны и то вкось два мЂста по изволенію выбрать можно, на пр. H и I; то ф. 55.

1. ВЪ H воткнувЪ сажень, или колЪ вкось и инструментЪ поставивЪ перпендикулярно, вымЂряй $\angle$ GHF = 57° † 27′, какой составляетЪ высота пирамиды сЪ горизонтальнымЪ бокомЪ.

2. По томЪ наклони инструментЪ такимЪ образомЪ, что бЪ одна мишень онаго простиралась кЪ верьху измЂряемой пирамиды, а другая по саженЂ, или по колу, вкось воткнутому, и чрезЪ то будетЪ извЂстенЪ $\angle$ FHI = 60° + 8′.

3. Не перемЂняя положенія воткнутой сажени, или кола вЪ H, перенеси инструментЪ вЪ I, и мишени онаго наведши,

какЪ

какъ во 2 пунктѣ сказано, вымѣряй ∠ FIH = 104° † 47′.

4. Наконецъ вымѣрявъ HI=30, посылай:
Син. ∠ HFI : HI = син. ∠ FIH : FH

9. 4153468 : 1. 4771212 = 9. 9853805 : 2. 0471549 = 111.; по чему будетъ и FH = 111.

Такожъ син. ∠ FGH : FH = син. ∠ GHF : FG

10. 0000000 : 2. 0471549 = 9. 9257875 : 1. 9729424 = 94; по чему будетъ и FG=94.

ЗАДАЧА LIX.

§. 135. Вымѣрять высоту, коей основанiе видно изъ двухъ мѣстъ, не на горизонтальномъ положенiи, но съ противной стороны взятыхъ.

РѢШЕНIЕ

Положимъ, что требуется вымѣрять высоту городской стѣны, къ которой подойти не можно; то

Ф.56. 1. Выбравъ противъ той стѣны два мѣста, по изволенiю взятыя N и M, и въ первомъ изъ оныхъ поставивъ инструментъ перпендикулярно, вымѣряй ∠ LNK = 60° † 42′, такожъ ∠ LNM, которой прямой, или косой будетъ, въ томъ нужды нѣтъ.

2. Перенесши инструментъ въ M, вымѣряй ∠ LMN = 61° + 24′

3. На конецъ, вымѣрявъ растоянiе между M и N находящееся MN=30, посылай:

Син-

Син. $\angle$ MLN : MN = син. $\angle$ LMN : LN
9. 6800560. 1. 4771212 = 9. 9434861 :
1. 7405513 = 55; по чему будетъ и LN = 55.
Также син. $\angle$ LKN : LN = син. $\angle$LNK : LK.
9. 6896484 : 1 7405513 = 9. 9405510 :
1. 9914539 = 98; по чему будетъ и LK = 98.

ЗАДАЧА LX.

§. 136. Вымѣрять высоту горы съ палатъ, на вершинѣ оной находящихся.

РѢШЕНІЕ.

1. У подошвы горы выбравъ по изволенію мѣсто A, а инструментъ поставивъ въ y, вымѣряй $\angle$ AyZ = 60° + 57′. Ф. 57.

2. Вшедши на верьхъ тѣхъ палатъ, поставь инструментъ въ x и мишени онаго расположивъ надлежащимъ образомъ, вымѣряй $\angle$AXZ = 50° + 34′. чрезъ что будетъ извѣстенъ и $\angle$XAy = 10° + 23′.

3. По томъ вымѣрявъ XY = 24, посылай
син. $\angle$XAy = Xy = син. $\angle$yXA : Ay
9. 2558345 : 1. 3802112 = 9. 8878221 :
2. 0121988 = 103; по чему будетъ и Ay = 103.
Также син. $\angle$ AZy : Ay = син. $\angle$yAZ : YZ.
10. 0000000 : 2. 0121988 = 9. 6860267 :
1. 6982255 = 50; по чему будетъ и YZ = 50.

ЗАДАЧА LXI.

§. 137. Вымѣрять высоту горы изъ двухъ мѣстъ, на вершинѣ оной данныхъ.

РѢ-



РѢШЕНІЕ.

1. На пологосши горы выбери два мѣ-
ф.58. ста G и F съ тѣмъ, чтобъ видна была подошва оной.

2. Въ первомъ изъ оныхъ мѣстѣ G поставивъ инструментъ, вымѣряй $\angle HGI = 43^\circ + 37'$, такожъ $\angle FGI$, которой, положимъ, будетъ прямой, то есть $= 90^\circ$.

3. По томъ перенесши инструментъ въ другое мѣсто F, вымѣряй $\angle IFG = 72^\circ + 31$, такожъ разстояніе $FG = 40$, посылай:

син. $\angle FIG : FG =$ син. $\angle GFI : GI$

$9.4777409 : 1.6020600 = 9.9794531 :$

$2.1037722 = 117$; по чему будетъ и $GI = 117$.

Такожъ син. $\angle GHI : GI =$ син. $\angle GIH : GH$

$10.0000000 : 2.1037722 = 9.8597213 :$

$1.9634935 = 92$; по чему будетъ и $HG = 92$.

ЗАДАЧА LXII.

§. 138. Вымѣрять широту рѣки.

РѢШЕНІЕ.

1. Выбравъ по изволенію на берегу
ф.59. подлѣ самой рѣки два мѣста А и В, и въ первомъ изъ оныхъ мѣстѣ А поставивъ инструментъ, наведи мишени онаго на мѣсто В и за рѣкою находящееся С, и будетъ извѣстенъ $\angle BAC$.

2. Перенесши инструментъ въ другое мѣсто В, наведи мишени онаго на мѣсто А и за рѣкою находящееся С, и будетъ извѣстенъ $\angle ABC$.

3. По томъ вымѣрявъ между двумя мѣстами, по изволенію взятыми, находящееся разстояніе AB, посылай:

Син. ∠ ACB : AB = син. ∠ ABC : AC.

ЗАДАЧА LXIII.

§. 139. Вымѣрять глубину колодца.

РѢШЕНІЕ.

1. Означивъ колодца поперешникъ AC и инструментъ поставивъ въ C, наведи мишени онаго на D и A; и будетъ извѣстенъ ∠ ACD.

2. Вымѣрявъ поперешникъ AC, посылай:

Син. ∠ ADC : AC = син. ∠ ACD : AD.

ЗАДАЧА LXIV.

§. 140. По данной высотѣ горы вымѣрять поперешникъ земли.

РѢШЕНІЕ.

1. на самой вершинѣ горы въ точкѣ B поставивъ инструментъ, наведи мишени онаго на A и D, пока зрѣніе глаза по поверьхности земли простираться можетъ, и будетъ извѣстенъ ∠ ABD, которой составляютъ лучь зрѣнія и данная горы высота AB. Ф.61.

2. Вымѣрявъ между B и D находящееся разстояніе BD, которое не что иное будетъ, какъ тангенсъ, посылай:

BC : BD = BD : AB

То есть, разстояніе BD, взятое квадратно, раздѣли на данную горы высоту

АВ, и будетЪ извѣстно ВС; изЪ ВС когда вычтешь высоту горы АВ, то останется искомой поперешникЪ земли АС.

ЗАДАЧА LXV.

§. 141. Вымѣрять возвышенiе облака Е отЪ неприступнаго мѣста L.

РѢШЕНIЕ.

Ф.62. 1. ВыбравЪ по изволенiю два мѣста F и I, и вЪ первомЪ изЪ оныхЪ F поставивЪ инстурментЪ, наведи мишени онаго на Е и I, и будетЪ извѣстенЪ ∠IFE.

2. Перенесши инструментЪ вЪ I, наведи также мишени онаго на Е и F, и будетЪ извѣстенЪ ∠EIF, которой вычтя изЪ 180°, получишь ∠EIL.

3. ВымѣрявЪ разстоянiе между F и I, находящееся FI, посылай:

Син. ∠IEF : FI = син. ∠IFE : EI

потомЪ син. ∠ELI: EI = син. ∠EIL: EL.

ЗАДАЧА LXVI.

§. 142. Вымѣрять разстоянiе луны отЪ земли.

РѢШЕНIЕ.

Ф.63. ПоложимЪ, что луна G находится подЪ экваторомЪ, и линея AEG изЪ центра земли А проведена прямая до центра луны G; то

1. На поверьхности земной выбравъ по изволенію мѣсто B и въ ономъ поставивъ инструментъ, наведи мишени онаго на G, и такъ означится лучь зрѣнія BG.

2. Означь чувственной горизонтъ DC, которой будетъ перпендикуляренъ къ линеѣ AB, которая извѣстна по тому, что изображаетъ полупоперешникъ земли.

3. По томъ поставленнаго инструмента въ B мишени наведи на D, и будетъ извѣстенъ ∠ DBG, которой вмѣстѣ съ прямымъ угломъ ABD будетъ составлять ∠ ABG.

4. Вымѣряй дугу BE, которая на пр. $=$ $49°$; то будетъ ∠ BAG $= 49°$.

5. Принявъ въ разсужденіе Δ ABG, въ которомъ извѣстны всѣ углы и бокъ AB, можешь посылать:

Син. ∠ AGB : AB : син. ∠ ABG : AG

6. Изъ AG вычти извѣстной полупоперешникъ земли AE, останется разстояніе луны отъ земли EG $=$ 90000 левковъ.

7, На конецъ сдѣлавъ посылку

Син. ∠ AGB : AB $=$ син. ∠ BAG : BG,

получишь разстояніе луны BG отъ измѣряющаго человѣка.

ЗАДАЧА LXVII.

§. 143. Вымѣрять разстояніе солнца отъ земли.

РѢШЕНІЕ

Положимъ, что А будетъ солнце, В измѣряющій оное человѣкъ, С луна въ квадратурѣ, а ВС извѣстное разстояніе луны отъ земли; то

ф.64. 1. Лучь АС отъ центра солнца къ центру луны С простирающійся есть перпендикулярен къ лучу зрѣнія ВС, по елику естьли бы лучь АС имѣлъ такое наклоненіе, какъ GC, зритель находящійся въ В не видалъ бы луны въ квадратурѣ, по тому что онъ не усмотрѣлъ бы части лунной ІСК; ежелижъ бы лучь АС имѣлъ такое наклоненіе, какъ НС, то бы зритель находящійся въ В большую нежели четвертую часть луны видѣлъ, по тому что онъ усмотрѣлъ бы часть FСК, слѣдовательно ∠ АВС есть прямой.

2. Уголъ В, которой составляютъ два луча зрѣнія, почти также есть прямой; по чему уголъ при А есть едва 6, или 10. секундъ. И такъ принявъ въ разсужденіе Δ АВС, въ которомъ всѣ три угла извѣстны и бокъ ВС, какъ разстояніе земли отъ луны, можно посылать:

Син. ∠ А : ВС = син. ∠ С : АВ

то есть, АВ будетъ искомое разстояніе солнца отъ земли.

ЗАДАЧА LXVIII.

§. 144. Вымѣрять высоту горы кольями съ помощію отвѣса.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что дана такая гора, на которую взойти и слѣдовательно вымѣрять оную можно; то

1. Около подошвы горы на плоскости горизонтальной воткнувъ колъ G перпендикулярно, къ вершинѣ онаго приложи другой колъ подъ прямымъ угломъ помощію отвѣса такъ, чтобъ оной съ горизонтомъ составлялъ параллельную линею. Ф.65.

2. По томъ воткни другой колъ F, третій E и четвертой D, и къ вершинѣ оныхъ прикладывай другіе колья такъ, чтобъ оные съ горизонтомъ составляли параллельныя линеи, какъ въ первомъ пунктѣ показано.

3. На послѣдокъ высоты кольевъ G, F, E и D вымѣрявъ, сложи всѣ вмѣстѣ; и будетъ извѣстна вся высота горы, какая на линеѣ AB и изображена.

ЗАДАЧА LXIX.

§. 145. Вымѣрять высоту чрезъ тѣнь.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что требуется вымѣрять высоту IK изъ взятаго по изволенію мѣста G, то

1. При-

Ф.66. 1. При солнечномъ сiянiи воткнувъ колъ GH перпендикулярно на сколько нибудь равныхъ частей раздѣленной, примѣчай, какую оной отъ себя дастъ тѣнь

2. Вымѣрявъ отъ кола оказавшуюся тѣнь GF, вымѣряй тотъ часъ также тѣнь отъ измѣряемой высоты оказавшуюся, и посылай:

$$FG : GH = GI : IK$$

то есть, какъ тѣнь отъ кола оказавшаяся FG содержится къ высотѣ кола GH, такъ будетъ содержаться тѣнь отъ измѣряемой высоты оказавшаяся GI къ самой высотѣ IK; по елику треугольники GHF и IKG суть подобны между собою.

ЗАДАЧА LXX.

§. 146. Вымѣрять высоту DE палкою съ придѣланною къ ней палочкою.

РѢШЕНIЕ.

1. Къ палкѣ AB, на сколько нибудь равныхъ частей раздѣленной, придѣлай къ
Ф,67. верьху ея въ раскепъ палочку такъ, чтобъ оную туда и сюда наклонить можно было.

2. Палку такимъ образомъ устроенную воткни перпендикулярно въ мѣстѣ A, по изволенiю взятомъ.

3. Придѣланную къ ней палочку до тѣхъ поръ туда и сюда наклоняй, пока

лучь

лучь зрѣнія не будетъ вдоль оной касаться самаго верьху измѣряемой высоты.

4. Въ такомъ положеніи оставивъ палочку, смотри чрезъ B, какого мѣста по оной лучь зрѣнія будетъ касаться, и положимъ, что лучь зрѣнія вдоль той палочки простирается до C; то.

5. Отъ A до C разстояніе AC, такожъ отъ C до D разстояніе CD вымѣрявъ, посылай:

$$CA : AB = CD : DE$$

То есть, какъ горизонтальной бокъ CA содержится къ длинѣ палки AB, такъ будетъ содержаться весь бокъ CD къ измѣряемой высотѣ DE; по елику треугольники ABC и CDE суть подобны между собою.

ЗАДАЧА LXXI.

§. 147. Вымѣрять широту посредственнаго рва, или посредственной рѣки палкою съ придѣланною къ ней палочкою.

РѢШЕНІЕ.

1. Подлѣ самой рѣки, или рва, на пр. въ B воткни перпендикулярно помянутую палку ф. 68.

2. Придѣланную къ ней палочку до тѣхъ поръ туда и суда наклоняй, пока лучь зрѣнія вдоль оной не будетъ касаться

ся

ся какого мѢста, находящагося за рѢкою
Ф.58. подлѢ самойже ея, на пр. A

3. Не перемѢняя положенія палочки, повороти палку вЪ сторону по берегу и смотри, какого мѢста касается лучь зрѢнія, вдоль той палочки простирающійся, и положимЪ, что оной касается C; то

4. ОтЪ B до C разстояніе BC вымѢрянное будетЪ равно ширинѢ рѢки, или рва BA, по елику треугольники ABD и CBD суть равны между собою.

О Географическихъ картахъ

Двоякаго рода суть Географическія карты: однѢ изЪ нихЪ называются общія, а другія частныя. При черченіи обѢихЪ великое вниманіе имѢть должно, а особливо при черченіи частныхЪ, на коихЪ ничего такого опускать не надлежитЪ, что можетЪ занимать мѢсто на бумагѢ, какЪ на пр. величина и видЪ городовЪ, селЪ,
Ф.59. лѢсовЪ, мостовЪ, рѢкЪ, большихЪ дорогЪ, источниковЪ и проч. На общихЪ же картахЪ изображаются токмо знатнѢйшія мѢста и большія дороги, а прочее оставляется, что совсѢмЪ не нужно, и что не можетЪ имѢть мѢста на бумагѢ, по причинѢ сокращеннаго размѢра, по которому означаются на оныхЪ картахЪ линеи.

Та-

Такія карты большею частію представляютъ цѣлыя государства, или большія провинціи; однакожъ и сіи сочиняются такимъже образомъ, какимъ и частныя, по елику какъ общія, такъ и частныя карты суть не что иное, какъ сокращенныя описанія странъ, на которыхъ вопервыхъ положеніе знатнѣйшихъ мѣстъ, по томъ видъ и другое не столь важное опредѣляется.

Когда составляется Географическая карта; то мѣста на оной изображенныя должны имѣть между собою такоежъ разстояніе на бумагѣ, какое они имѣютъ на поверьхности земной, такъ чтобъ одинакая была пропорція разстоянія между мѣстами, на бумагѣ изображенными, какая между ими на поверьхности земной находится. Такое приведеніе отъ большаго къ меньшему разстоянію не можетъ инако учинено быть, какъ чрезъ подобные треугольники. По чему чтобъ сочинено быть могло описаніе какой страны помощію тригонометріи, должно находить знаменованіе угловъ и длину боковъ, какую дѣлаютъ разныя разныхъ мѣстъ разстоянія. И такъ.

1. Возьми самое большое, сколько можно, основаніе, и старайся притомъ избѣ-

гать или весьма тупыхъ, или весьма острыхъ угловъ. Положимъ, что даны
Ф.69. двѣ станцiи A и B; то найди сперьва длину основанiя AB, по томъ въ точкѣ B поставивъ инструментъ, найди величину угла ABD и величину угла ABE, а точку F оставь, по тому что уголъ ABF, которой составилибъ основанiе AB и лучь зрѣнiя изъ B простирающiйся до F, былъ бы весьма тупой: равнымъ образомъ вымѣряй углы ABG, ABH, ABI и ABK, а точку L оставь, по тому что уголъ ABL, которой составилибъ основанiе и лучь зрѣнiя изъ B простирающiйся до L, былъ бы весьма острой.

2. Перенесши инструментъ въ A, чтобъ узнать величину угла BAE и точку E, потому что въ треугольникѣ ABE извѣстенъ бокъ AB и при томъ извѣстны углы EAB и ABE; по чему удобно найдутся и разстоянiя AE и BE

3. Чтобъ узнать разстоянiе и между прочими точками, то найди величину угловъ BAD, BAC, BAG, BAH и BAK. И какъ всѣ треугольники, которые составляютъ лучи зрѣнiя, имѣютъ общее основанiе AB; то длина боковъ, или разстоянiе мѣстъ удобно найдено быть можетъ, по тому что ни одного нѣтъ такого треугольника,

въ

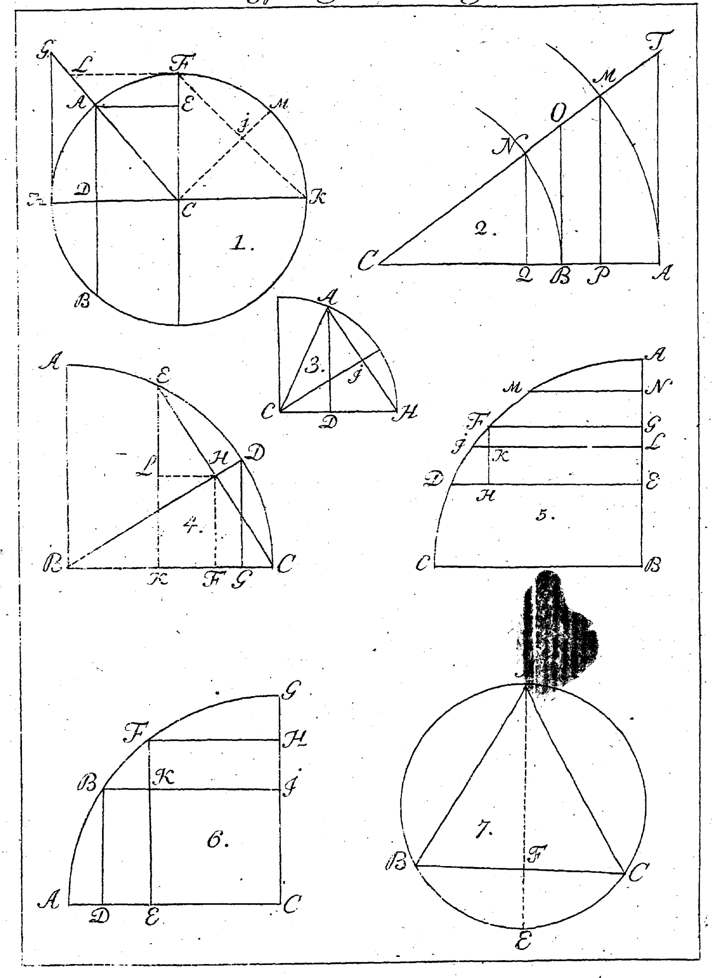
вЪ которомЪ бы не было извѢстно двухЪ угловЪ и одного бока.

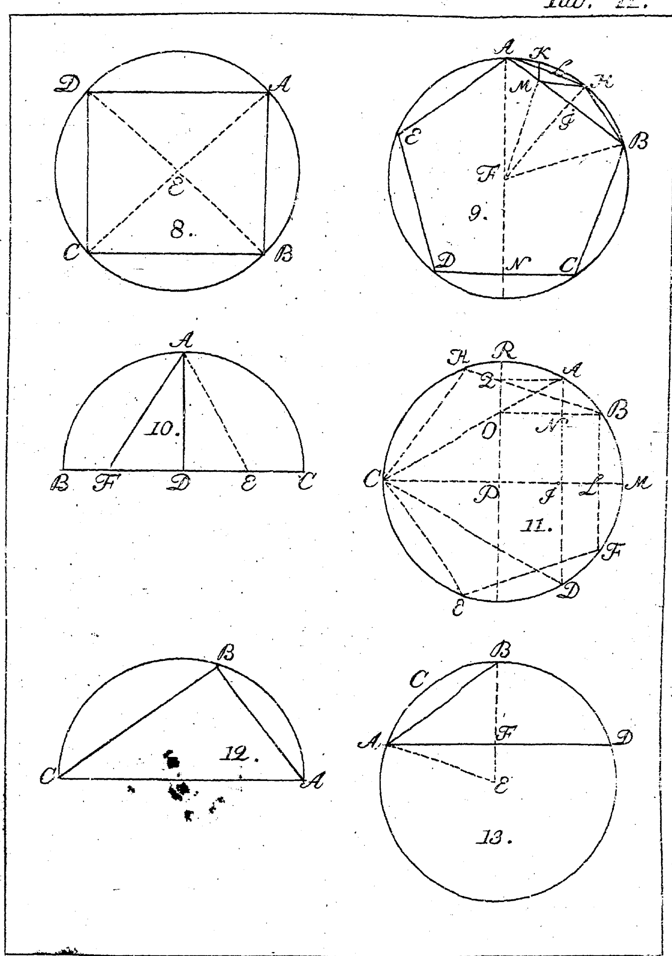
4. ВЪ самомЪ дѢлѢ опущены были два мѢста E и L для вышеобЪявленныхЪ причинЪ; но чтобЪ сыскать точку F безЪ основанія AB, то возьми вмѢсто основанія разстояніе BE, или BG, или другое какое нибудь, которое гораздо способнѢе, какЪ на пр. здѢсь взято разстояніе BE, и вЪ точкѢ B поставивЪ инструментЪ, вымѢряй уголЪ BEF, и такЪ будетЪ извѢстна точка F. ТакимЪже образомЪ продолжай дѢйствіе и вЪ точкахЪ L и M, о которыхЪ сказано, что оныя изЪ перваго основанія не могутЪ найдены быть, то есть, возьми вмѢсто основанія AC, и изЪ точки A найди углы CAM и CAL, а изЪ точки C углы ACL и ACM.

5. Естьли жЪ далѢе точекЪ C и D или I и H, или L и K будутЪ находит[...] предметы, достойныя означенія на карт[...] то вЪ такомЪ случаѢ вмѢсто основанія [д]олжно взять сЪ одной стороны CD, сЪ [д]ругой IH, а сЪ третіей LK, и такЪ [да]лѢе.

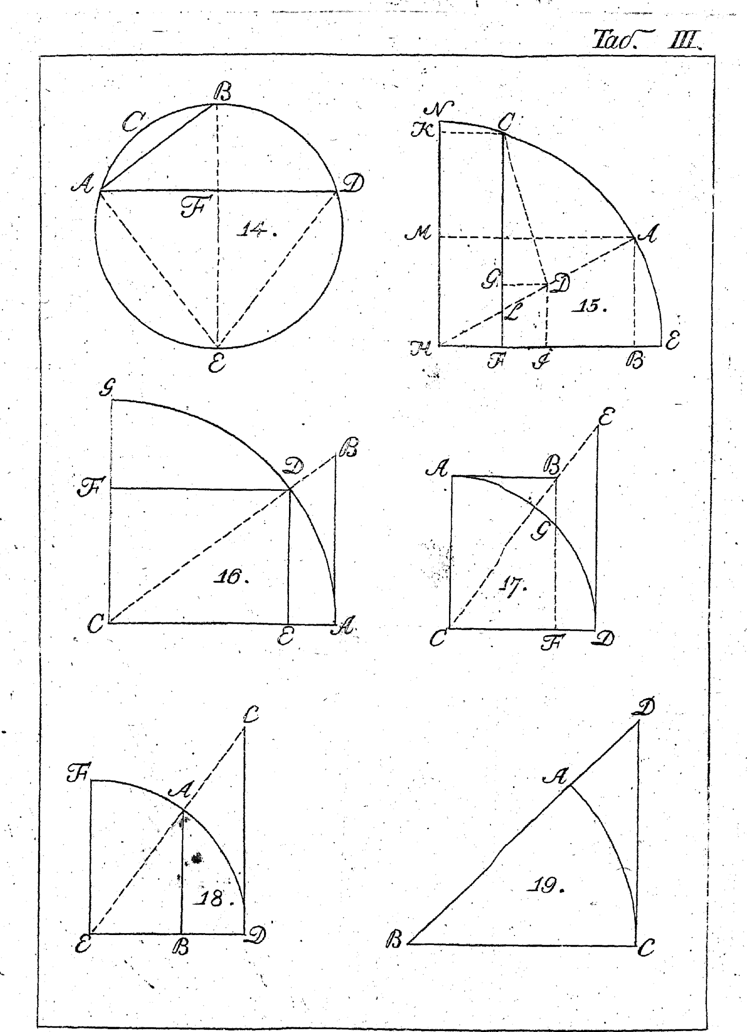
КОНЕЦЪ




G
L
F
A
E
M
I
H
D
C
K
1.
B
T
M
O
N
2.
C
Q
B
P
A
A
3.
I
C
D
H
A
E
L
H
D
4.
B
K
F
G
C
A
M
N
F
G
I
L
K
D
E
H
5.
C
B
G
F
H
B
K
I
6.
A
D
E
C
7.
B
F
C
E


D A E C B 8.
A K L H M G E B F 9. D N C
A 10. B F D E C
H R A Q B O N C P I L M 11. F E D
B C A 12.
B C A F D E 13.

Tab. III.



B
C
A
D
F
14.
E
N
K
C
M
A
G
D
L
15.
H
F
I
B
E
G
F
D
B
16.
C
E
A
E
A
B
G
17.
C
F
D
C
F
A
18.
E
B
D
D
A
19.
B
C

C
20.
B A

E
A B
H
D
K I
21.
G F
C

C
22.
A B

A
23.
B C D

C
24.
B D A

D
B
25.
A C

E
F
A
o
G
B
x
y
u
n
C
D
26.

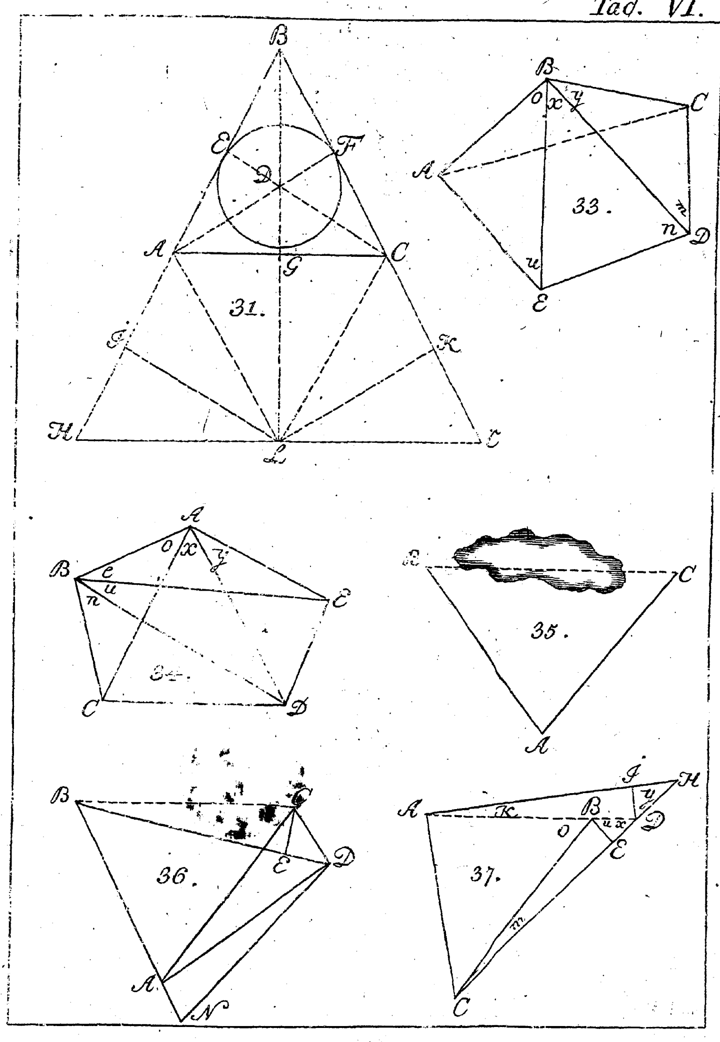
F
A
B
C
G
E
D
27.

A
m
D
z
28.
C
x
y
o
n
B
E

C
29.
A
B

B
E
F
D
30.
A
G
C

E
A
B
D
C
32.


B
E
F
D
A
C
G
31.
I
K
H
L
I
B
o x y
C
A
33.
m
n
D
u
E
A
o x y
B
e
u
n
E
34.
C
D
B
C
35.
A
B
C
36.
E
D
A
N
A
K
I
H
y
B
u x
D
o
E
37.
m
C

S R Q P N

38.

O

V T

39.

Z X

F E

G 41.

H I

A

C

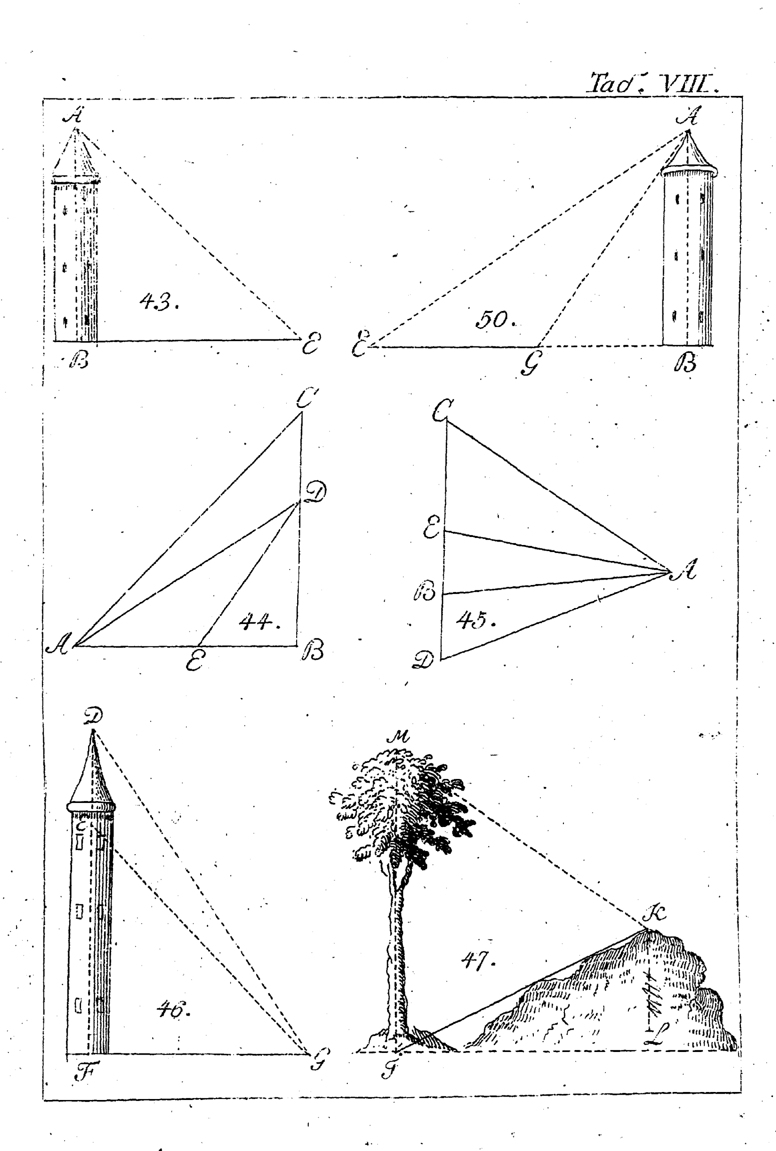
40.

B D

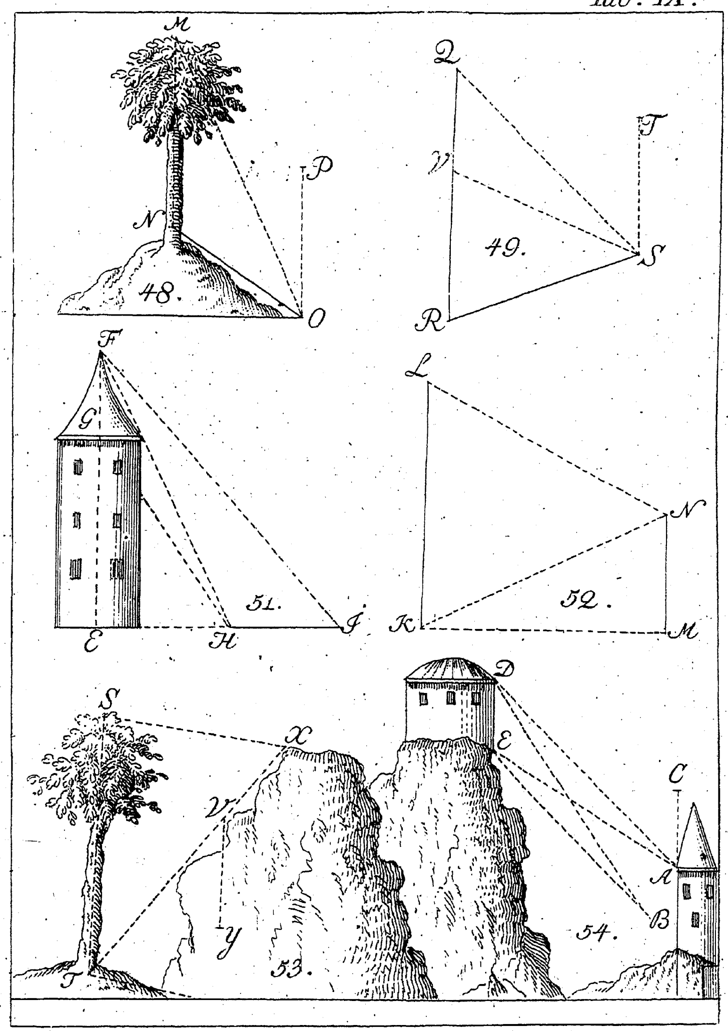
A B

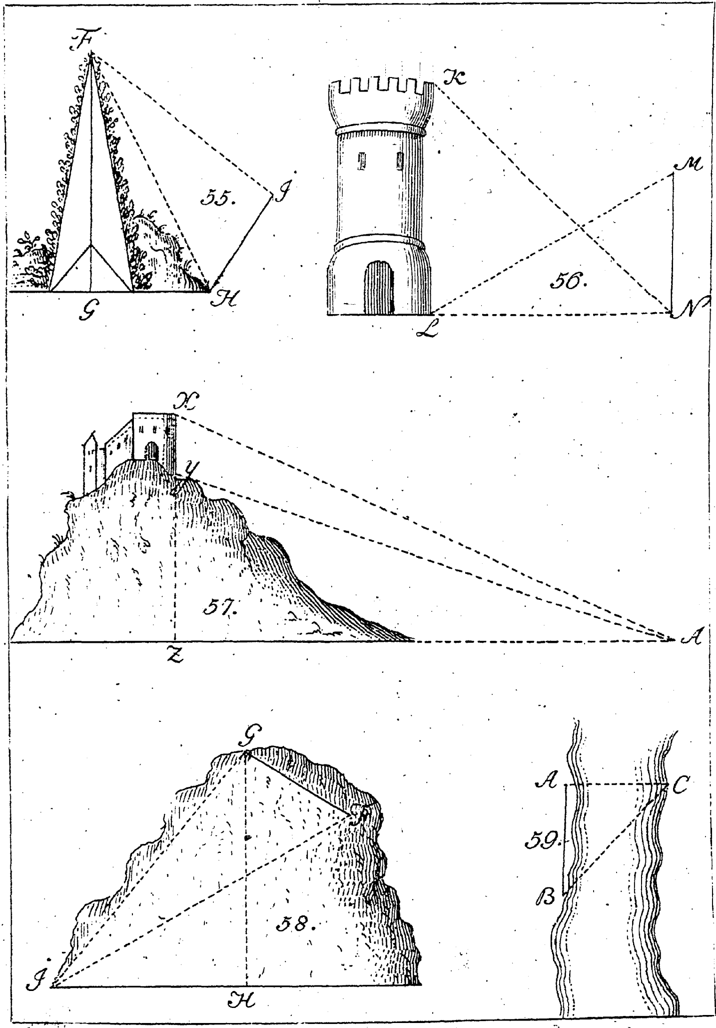
42.

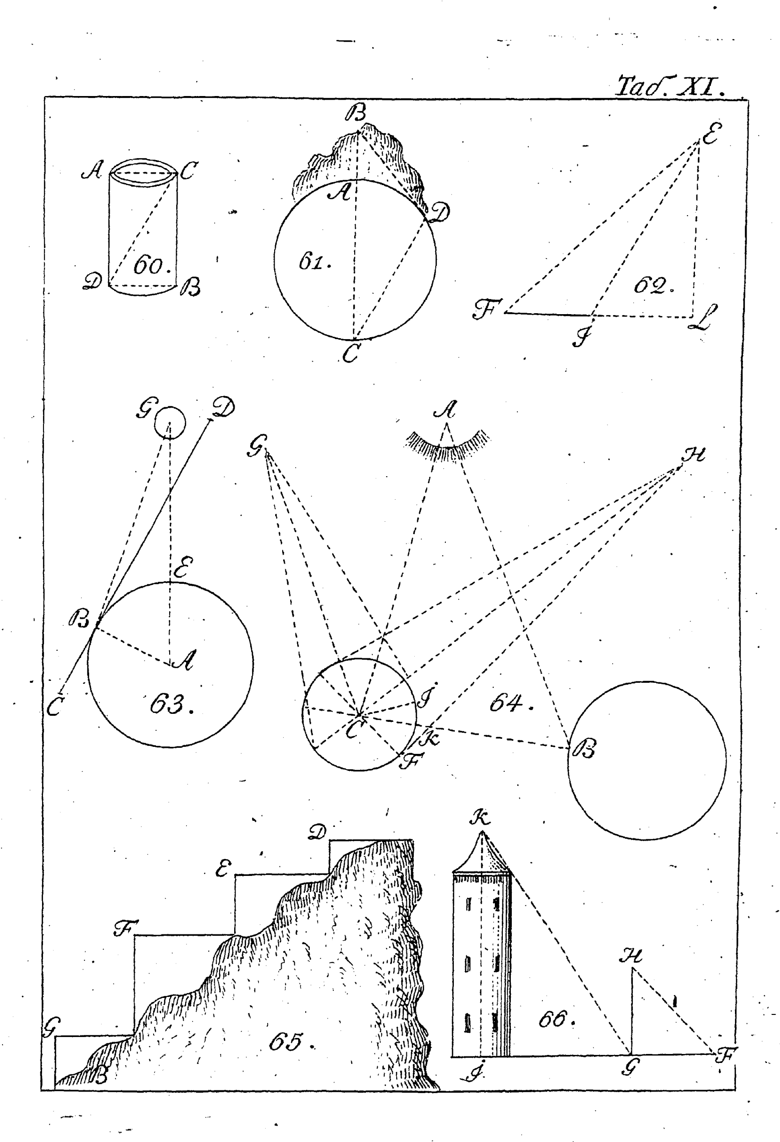
D C E

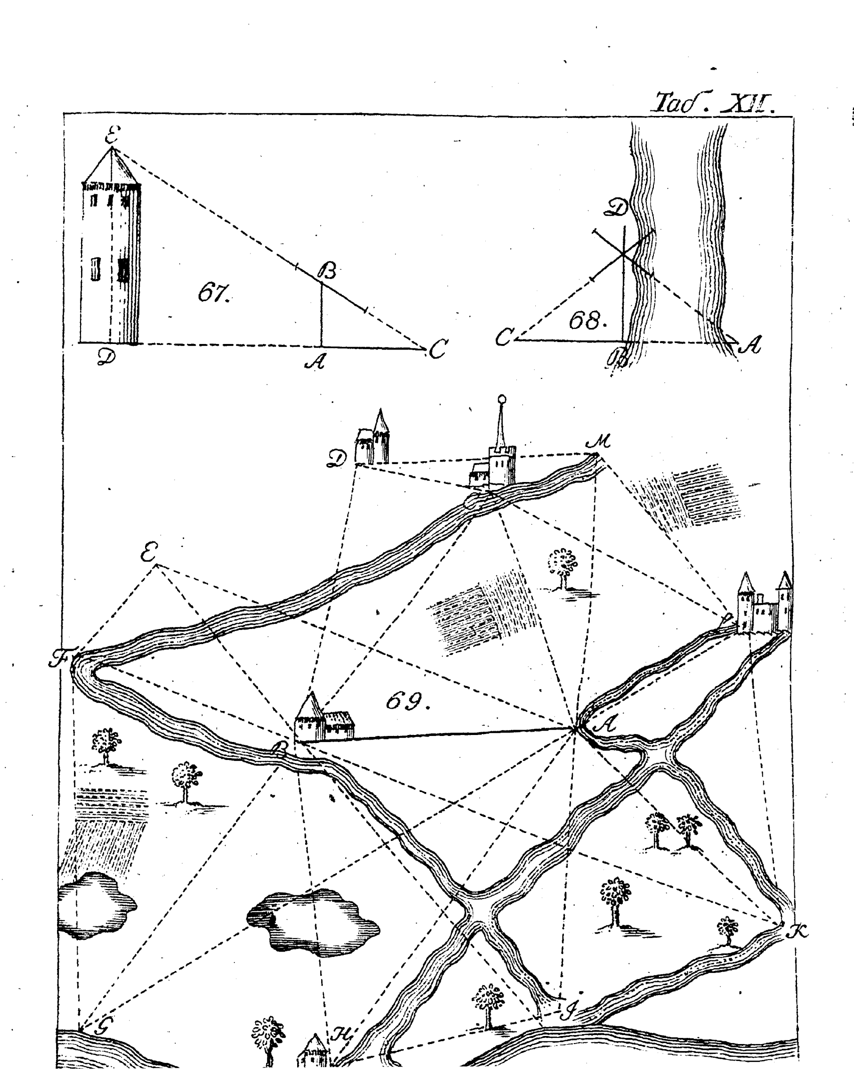


A
43.
B
E
A
50.
E
G
B
C
D
A
E
44.
B
C
E
A
B
45.
D
D
C
46.
F
G
M
K
47.
L
F


M
P
N
48.
O
Q
T
V
49.
S
R
F
G
51.
E
H
J
L
N
52.
K
M
D
S
X
E
C
V
A
B
y
54.
53.
T


F
55.
J
G
H
K
M
56.
L
N
X
Y
57.
Z
A
G
58.
J
H
A
C
59.
B


Tab. XI.
A C 60. D B
B A D 61. C
E 62. F I L
G D E B A C 63.
A G H I C K F 64. B
D E F G B 65.
K H 66. I G F


E
B
67.
D
A
C
D
68.
C
B
A
D
M
E
F
69.
A
B
K
G
H
J